МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
СМОЛЕНСКИЙ КАЗАЧИЙ ИНСТИТУТ ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И БИЗНЕСА
(ФИЛИАЛ) ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЕНИЯ ИМЕНИ К.Г.РАЗУМОВСКОГО (ПЕРВЫЙ КАЗАЧИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

УТВЕРЖДАЮ
Директор СКИПТБ (филиал) ФГБОУ ВО
«МГУТУ им. К.Г. Разумовского (ПКУ)
_____ Н.С. Коржикова
«28» июня 2023 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.О.03.01 ОБЩЕПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ МОДУЛЬ
Высшая математика

Кафедра:	Системной автоматизации и информационных технологий
Направление подготовки:	38.03.02 Менеджмент
Направленность (профиль):	Процессное управление организацией
Квалификация выпускника:	Бакалавр
Форма обучения:	очно-заочная
Год набора:	2023
Общая трудоемкость:	432 часов/12 з.е.

Вязьма, 2023 г.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат:
00B895E5D3E87E5E81C0F723DE8AC92877
Владелец: Коржикова Надежда Сергеевна
Действителен: с 06.08.2024 до 30.10.2025

Программу составил(и):
канд.пед.наук доц. Овсянникова А.В.

Рабочая программа дисциплины (модуля)
"Высшая математика"
разработана составлена на основании учебного плана, утвержденного ученым советом 30.08.2021 протокол № 1 в соответствии
с ФГОС ВО Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент (приказ Минобрнауки России от 12.08.2020 г. № 970)

Руководитель ОПОП
канд.экон.наук, Михалёва Н. А.
Рабочая программа обсуждена на заседании обеспечивающей кафедры
Системной автоматизации и информационных технологий
Протокол от 19.05.2023 г. № 10
Зав. кафедрой канд.техн.наук, Морозов С. М.
Рабочая программа обсуждена на заседании выпускающей кафедры
Технологии продуктов питания, предпринимательства и экономики
Протокол от 26 мая 2023 г. № 10
И.о. заведующий кафедрой
канд.техн.наук, Степаненкова Л.Н.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ И ОБЪЕМ С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПО СЕМЕСТРАМ

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

6. ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

9. ОРГАНИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.1. Цели:

1. Подготовка в области фундаментальной математики
2. Привитие навыков современных видов математического мышления
3. Формирование математической культуры студентов
4. Овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в других областях знания

1.2. Задачи:

1. Формирование готовности использования математических методов в практической и профессиональной деятельности
2. Формирование умения разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке
3. Применение математических понятий при описании типовых профессиональных задач и использование математических методов при их решении

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ И ОБЪЕМ С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПО СЕМЕСТРАМ

Цикл (раздел) ОП: Б1.О

Дисциплина относится к обязательной части ОПОП и обязательна для освоения.

Связь с последующими дисциплинами (модулями), практиками

№ п/п	Наименование	Семестр	Шифр компетенции
1	Моделирование кросс-функционального процесса организации	6	ПКС-3
2	Процессное управление организацией	678	ПКС-3
3	Планирование и прогнозирование рисков т	7	ПКС-2

Распределение часов дисциплины

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	1 (1.1)		2 (1.2)		3 (2.1)		Итого	
Недель	17 4/6		18 2/6		17 2/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП	УП	РП
Лекции	4	4	4	4	4	4	12	12
Практические	16	16	16	16	16	16	48	48
Итого ауд.	20	20	20	20	20	20	60	60
Контактная работа	20	20	20	20	20	20	60	60
Сам. работа	88	88	88	88	88	88	264	264
Часы на контроль	36	36	36	36	36	36	108	108
Итого	144	144	144	144	144	144	432	432

Вид промежуточной аттестации:

Экзамен 1,2,3,4 семестр

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

УК-1:Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач

УК-1.2: Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности

УК-1.3: Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименования разделов, тем, их краткое содержание и результаты освоения /вид занятия/	Семестр	Часов	Интеракт.	Прак. подг.	Индикаторы достижения компетенции	Оценочные средства
	Раздел 1.Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры						
1.1	**Тема. Матрицы и определители. Исследование системы линейных уравнений** **Понятие матрицы, свойства. Операции над матрицами. Определители. Формулы Крамера. Матричный метод. Метод Гаусса. Знать: основные понятия и методы дисциплины, навыки современных видов математического мышления, использование математических методов в практической и профессиональной деятельности, алгоритмы решения стандартных задач, методы математической обработки данных. Знает основы высшей математики, физики, экологии, инженерной графики, информатики и программирования Владеть: иметь использовать математическое мышление, математическую культуру как частью профессиональной и общечеловеческой культуры, иметь навыки для решения задач в своей предметной области, навыки современных видов математического мышления, разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, применять математические понятия при описании типовых профессиональных задач и использование математических методов при их решении, иметь навыки построения логически обоснованных рассуждений. Владеет методами теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности Уметь: свободно решать, обобщать, анализировать задачи дисциплины, использовать математические методы в практической и профессиональной деятельности; разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, строить логически обоснованные рассуждения. Уметь решать стандартные профессиональные**	1	2	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос, конспект

	задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования /Лек/						
1.2	**Тема. Векторы** **Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, свойства и приложения.** **Линейно зависимые и независимые векторы. Базис на плоскости и в пространстве** **Знать: основные понятия и методы дисциплины, навыки современных видов математического мышления, использование математических методов в практической и профессиональной деятельности, алгоритмы решения стандартных задач, методы математической обработки данных. Знает основы высшей математики, физики, экологии, инженерной графики, информатики и программирования** **Владеть: иметь использовать математическое мышление, математическую культуру как частью профессиональной и общечеловеческой культуры, иметь навыки для решения задач в своей предметной области, навыки современных видов математического мышления, разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, применять математические понятия при описании типовых профессиональных задач и использование математических методов при их решении, иметь навыки построения логически обоснованных рассуждений. Владеет методами теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности** **Уметь: свободно решать, обобщать, анализировать задачи дисциплины, использовать математические методы в практической и профессиональной деятельности; разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, строить логически обоснованные рассуждения. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования** **/Лек/**	1	1	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос, конспект
1.3	**Тема. Аналитическая геометрия**	1	1	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос, конспект

	Окружность. Эллипс. Гипербола. Парабола.Виды уравнений прямой в плоскости. Угол между прямыми. Виды уравнений прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямыми. Угол между плоскостями. Взаимное расположение прямых, плоскостей и прямой и плоскости **Знать: основные понятия и методы дисциплины, навыки современных видов математического мышления, использование математических методов в практической и профессиональной деятельности, алгоритмы решения стандартных задач, методы математической обработки данных. Знает основы высшей математики, физики, экологии, инженерной графики, информатики и программирования** **Владеть: иметь использовать математическое мышление, математическую культуру как частью профессиональной и общечеловеческой культуры, иметь навыки для решения задач в своей предметной области, навыки современных видов математического мышления, разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, применять математические понятия при описании типовых профессиональных задач и использование математических методов при их решении, иметь навыки построения логически обоснованных рассуждений. Владеет методами теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности** **Уметь: свободно решать, обобщать, анализировать задачи дисциплины, использовать математические методы в практической и профессиональной деятельности; разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, строить логически обоснованные рассуждения. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования /Лек/**						
1.4	**Матрицы и определители. Исследование системы линейных уравнений /Пр/**	1	8	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	контрольная работа
1.5	**Векторы /Пр/**	1	4	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	контрольная работа
1.6	**Аналитическая геометрия /Пр/**	1	4	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	контрольная работа

1.7	**/Экзамен/**	1	36	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос
1.8	**Подготовка к лекционным и практическим занятиям, самостоятельное изучение /Ср/**	1	88	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос
	Раздел 2.Математический анализ						
2.1	**Тема. Функции и пределы** **Свойства пределов. Первый и второй замечательные пределы. Дифференциалы. Функции** **Знать: основные понятия и методы дисциплины, навыки современных видов математического мышления, использование математических методов в практической и профессиональной деятельности, алгоритмы решения стандартных задач, методы математической обработки данных. Знает основы высшей математики, физики, экологии, инженерной графики, информатики и программирования** **Владеть: иметь использовать математическое мышление, математическую культуру как частью профессиональной и общечеловеческой культуры, иметь навыки для решения задач в своей предметной области, навыки современных видов математического мышления, разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, применять математические понятия при описании типовых профессиональных задач и использование математических методов при их решении, иметь навыки построения логически обоснованных рассуждений. Владеет методами теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности** **Уметь: свободно решать, обобщать, анализировать задачи дисциплины, использовать математические методы в практической и профессиональной деятельности; разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, строить логически обоснованные рассуждения. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования /Лек/**	2	2	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос, конспект
2.2	**Тема. Производная и ее применение** **Правила дифференцирования. Таблица производных. Производная функции заданной**	2	1	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос, конспект

	параметрически. Производная функции заданной неявно. Исследование функции с помощью производной **Знать: основные понятия и методы дисциплины, навыки современных видов математического мышления, использование математических методов в практической и профессиональной деятельности, алгоритмы решения стандартных задач, методы математической обработки данных. Знает основы высшей математики, физики, экологии, инженерной графики, информатики и программирования** **Владеть: иметь использовать математическое мышление, математическую культуру как частью профессиональной и общечеловеческой культуры, иметь навыки для решения задач в своей предметной области, навыки современных видов математического мышления, разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, применять математические понятия при описании типовых профессиональных задач и использование математических методов при их решении, иметь навыки построения логически обоснованных рассуждений. Владеет методами теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности** **Уметь: свободно решать, обобщать, анализировать задачи дисциплины, использовать математические методы в практической и профессиональной деятельности; разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, строить логически обоснованные рассуждения. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования /Лек/**						
2.3	**Тема. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл** **Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование. Метод подстановки. Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей. Определенный интеграл .Формула Ньютона- Лейбница. Формула интегрирования по частям. Приложения определенных**	2	1	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос, конспект

	интегралов. Вычисление площади плоских фигур. Вычисление длины дуги плоской кривой. Вычисление объемов тела Знать: основные понятия и методы дисциплины, навыки современных видов математического мышления, использование математических методов в практической и профессиональной деятельности, алгоритмы решения стандартных задач, методы математической обработки данных. Знает основы высшей математики, физики, экологии, инженерной графики, информатики и программирования Владеть: иметь использовать математическое мышление, математическую культуру как частью профессиональной и общечеловеческой культуры, иметь навыки для решения задач в своей предметной области, навыки современных видов математического мышления, разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, применять математические понятия при описании типовых профессиональных задач и использование математических методов при их решении, иметь навыки построения логически обоснованных рассуждений. Владеет методами теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности Уметь: свободно решать, обобщать, анализировать задачи дисциплины, использовать математические методы в практической и профессиональной деятельности; разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, строить логически обоснованные рассуждения. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования /Лек/						
2.4	**Функции и пределы /Пр/**	2	8	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	Контрольная работа
2.5	**Производная и ее применение /Пр/**	2	4	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	контрольная работа
2.6	**Неопределенный интеграл. Определенный интеграл /Пр/**	2	4	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	контрольная работа
2.7	**/Экзамен/**	2	36	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос
2.8	**Подготовка к лекционным и практическим занятиям, самостоятельное изучение /Ср/**	2	88	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос

	Раздел 3.Ряды. Обыкновенные дифференциальные уравнения						
3.1	**Тема. Дифференциальные уравнения** **Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков** **Знать: основные понятия и методы дисциплины, навыки современных видов математического мышления, использование математических методов в практической и профессиональной деятельности, алгоритмы решения стандартных задач, методы математической обработки данных. Знает основы высшей математики, физики, экологии, инженерной графики, информатики и программирования** **Владеть: иметь использовать математическое мышление, математическую культуру как частью профессиональной и общечеловеческой культуры, иметь навыки для решения задач в своей предметной области, навыки современных видов математического мышления, разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, применять математические понятия при описании типовых профессиональных задач и использование математических методов при их решении, иметь навыки построения логически обоснованных рассуждений. Владеет методами теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности** **Уметь: свободно решать, обобщать, анализировать задачи дисциплины, использовать математические методы в практической и профессиональной деятельности; разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, строить логически обоснованные рассуждения. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования /Лек/**	3	2	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос, конспект
3.2	**Тема. Ряды** **Числовые ряды. Ряды с положительными членами. Знакочередующиеся ряды. Функциональные ряды, степенные ряды. Приближенные вычисления значений функций с помощью**	3	2	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос, конспект

	степенных рядов. Применение степенных рядов к вычислению пределов и определенных интегралов. Ряд Фурье. Комплексные числа. Интеграл Фурье **Знать: основные понятия и методы дисциплины, навыки современных видов математического мышления, использование математических методов в практической и профессиональной деятельности, алгоритмы решения стандартных задач, методы математической обработки данных. Знает основы высшей математики, физики, экологии, инженерной графики, информатики и программирования** **Владеть: иметь использовать математическое мышление, математическую культуру как частью профессиональной и общечеловеческой культуры, иметь навыки для решения задач в своей предметной области, навыки современных видов математического мышления, разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, применять математические понятия при описании типовых профессиональных задач и использование математических методов при их решении, иметь навыки построения логически обоснованных рассуждений. Владеет методами теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности** **Уметь: свободно решать, обобщать, анализировать задачи дисциплины, использовать математические методы в практической и профессиональной деятельности; разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке, строить логически обоснованные рассуждения. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования /Лек/**						
3.3	**Дифференциальные уравнения /Пр/**	3	8	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	контрольная работа
3.4	**Ряды /Пр/**	3	8	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	контрольная работа
3.5	**/Экзамен/**	3	36	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос
3.6	**Подготовка к лекционным и практическим занятиям, самостоятельное изучение /Ср/**	3	88	0	0	УК-1.1,УК-1.2,УК-1.3	устный опрос

Перечень применяемых активных и интерактивных образовательных технологий:

Игровые технологии

Технологии игрового обучения — это способы, методы и приемы, с помощью которых преподаватель задает ситуации, в которых должны оказаться ученики для получения знаний или практического полезного опыта; формирует обстоятельства, побуждающие учеников к самостоятельному принятию решений — чтобы потом сделать выводы, проработать ошибки; предлагает выбор - разные социальные роли и «маски», варианты решения задач, которые позволяют лучше узнать себя, проконтролировать свое поведение, эффективнее справиться со сложным делом; создает среду для повышения мотивации с помощью активизации воображения, «духа соперничества», азарта, групповой деятельности

Технологии математической статистики

Методы сбора и обработки статистической информации для получения научных и практических выводов

Технологии проведения семинара в форме диалога

В процессе вузовского обучения развитие способностей к рассуждению и размышлению успешно на практических и семинарских занятиях, организованных форме диалога. Диалоговое общение активизирует самостоятельную деятельность субъектов образовательного процесса в процессе усвоения учебного содержания, усиливает эффект совместной работы группе. Обучение в диалоге формирует социально-психологическую готовность к работе в команде, особенно в ситуации поиска эффективных способов решения проблемы, Цель использования различных форм диалогового общения образовательном процессе: 1) для активизации деятельности субъектов образовательного процесса в процессе усвоения учебного содержания; 2) обучения социальным ролям в ходе коллективного принятия решений

Технология обучения в сотрудничестве

Технология обучения в сотрудничестве используется в образовательной практике для преодоления последствий индивидуального характера учебной деятельности субъектов и их стремлений исключительно к индивидуальным образовательным достижениям. Она позволяет обогатить опыт и приобрести через учебный труд те навыки совместимой деятельности, которые затем могут стать необходимыми в будущей профессиональной и социальной деятельности в течение жизни. Цель технологии состоит в формировании умений у субъектов образовательного процесса эффективно работать сообща во временных командах и группах и добиваться качественных образовательных результатов

Технология организации самостоятельной работы

Организации самостоятельной работы учащихся на более высоком уровне может способствовать применение технологии проектного и проблемного обучения. Методы самостоятельного приобретения знаний основаны на использовании проблемного обучения

Технология поиска информации (Информационная технология)

Информационная технология неотделима от субъектов образовательной деятельности, она является определяющим фактором технологии работы с информацией, применяемой в образовательной практике

Технология развития критического мышления

Технология направлена на развитие ученика, основными показателями которого являются оценочность, открытость новым идеям, собственное мнение и рефлексия собственных суждений

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научноисследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (возможно частичное непосредственное участие преподавателя при сохранении ведущей роли студентов).

Целью самостоятельной работы студентов является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней.

Задачи самостоятельной работы студентов:

систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений;

углубление и расширение теоретической подготовки;

формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;

развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности; формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

развитие исследовательских умений; использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на практических занятиях, при написании курсовых и выпускной квалификационной работ, для эффективной подготовки к итоговым зачетам и экзаменам.

Функции самостоятельной работы студентов:

развивающая (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);

информационно-обучающая (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);

ориентирующая и стимулирующая (процессу обучения придается ускорение и мотивация);

воспитательная (формируются и развиваются профессиональные качества специалиста и гражданина);

исследовательская (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Планируемые результаты самостоятельной работы студентов предполагают:
усвоение знаний, формирование профессиональных умений, навыков и компетенций будущего специалиста; закрепление знания теоретического материала практическим путем;
воспитание потребности в самообразовании;
максимальное развитие познавательных и творческих способностей личности; побуждение к научно-исследовательской работе; повышение качества и интенсификации образовательного процесса;
формирование интереса к избранной профессии и овладению ее особенностями;
осуществление дифференцированного подхода в обучении;
применение полученных знаний и практических навыков для анализа ситуации и выработки правильного решения, для формирования собственной позиции, теории, модели.
Базовая самостоятельная работа обеспечивает подготовку студента к текущим аудиторным занятиям и контрольным мероприятиям для всех дисциплин учебного плана. Результаты этой подготовки проявляются в активности студента на занятиях и в качестве выполненных контрольных работ, тестовых заданий, сделанных докладов и других форм текущего контроля.
Базовая самостоятельная работа может включать следующие формы работ:
изучение лекционного материала, предусматривающие проработку конспекта лекций и учебной литературы;
поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
выполнение домашнего задания или домашней контрольной работы, выдаваемых на практических занятиях;
изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
подготовка к зачету, аттестациям;

6. ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

6.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования индикаторов их достижения в процессе освоения ОПОП

УК-1:Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Недостаточный уровень:

не знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач

не умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности

не владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений

Пороговый уровень:

знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач на низком уровне

умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности на низком уровне

владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений на низком уровне

Продвинутый уровень:

знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач

умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности

владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений

Высокий уровень:

знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач на высоком уровне

умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности на высоком уровне

владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений на высоком уровне

6.2. Шкала оценивания в зависимости от уровня сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций

Характеристики индикаторов достижения компетенций	**1. Недостаточный: компетенции не сформированы.**	**2. Пороговый: компетенции сформированы.**	**3. Продвинутый: компетенции сформированы.**	**4. Высокий: компетенции сформированы.**
Знания:	Знания отсутствуют.	Сформированы базовые структуры знаний.	Знания обширные, системные.	Знания твердые, аргументированные,

				всесторонние.
Умения:	Умения не сформированы.	Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер.	Умения носят репродуктивный характер применяются к решению типовых заданий.	Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий.
Навыки:	Навыки не сформированы.	Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.	Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.	Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка.

Описание критериев оценивания

Обучающийся демонстрирует: - существенные пробелы в знаниях учебного материала; - допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий; - непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий билета; - отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины; - отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкая степень контактности.	Обучающийся демонстрирует: - знания теоретического материала; - неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; - неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы; - недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины; - умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.	Обучающийся демонстрирует: - знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; - твердые знания теоретического материала; -способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития; - правильные и конкретные, без грубых ошибок ответы на поставленные вопросы; - умение решать практические задания, которые следует выполнить; - владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины; - наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам. Возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов билета, присутствует неуверенность в ответах на дополнительные вопросы.	Обучающийся демонстрирует: - глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; - полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий; - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории; - логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора; - умение решать практические задания; - свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.
0 - 59 баллов	**60 - 69 баллов**	**70 - 89 баллов**	**90 - 100 баллов**
Оценка «незачет», «неудовлетворительно»	**Оценка «зачтено/удовлетворительно», «удовлетворительно»**	**Оценка «зачтено/хорошо», «хорошо»**	**Оценка «зачтено/отлично», «отлично»**

Оценочные средства, обеспечивающие диагностику сформированности компетенций, заявленных в рабочей программе по дисциплине (молулю) для проведения промежуточной аттестации

ОЦЕНИВАНИЕ УРОВНЯ ЗНАНИЙ: Теоретический блок вопросов. Уровень освоения программного материала, логика и грамотность изложения, умение самостоятельно обобщать и излагать материал.
1. Недостаточный уровень
не владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений
не умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности
не знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач
2. Пороговый уровень
владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений на низком уровне
умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности на низком уровне

знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач на низком уровне
3. Продвинутый уровень
владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений
знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач
умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности
4. Высокий уровень
владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений на высоком уровне
умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности на высоком уровне
знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач на высоком уровне

В случае, если сумма рейтинговых баллов, полученных при прохождении промежуточной аттестации составляет от 0 до 9 баллов, то зачет/ зачет с оценкой/ экзамен НЕ СДАН, независимо от итогового рейтинга по дисциплине.
В случае, если сумма рейтинговых баллов, полученных при прохождении промежуточной аттестации находится в пределах от 10 до 30 баллов, то зачет/ зачет с оценкой/ экзамен СДАН, и результат сдачи определяется в зависимости от итогового рейтинга по дисциплине в соответствии с утвержденной шкалой перевода из 100-балльной шкалы оценивания в 5- балльную.
Для приведения рейтинговой оценки по дисциплине по 100-балльной шкале к аттестационной по 5-балльной шкале в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценки успеваемости студентов федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет технологий и управления имени К.Г. Разумовского (Первый казачий университет) используется следующая шкала:

Аттестационная оценка по дисциплине	Рейтинговая оценка по дисциплине
"ОТЛИЧНО"	90 - 100 баллов
"ХОРОШО"	70 - 89 баллов
"УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО"	60 - 69 баллов
"НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО"	менее 60 баллов
"ЗАЧТЕНО"	более 60 баллов
"НЕ ЗАЧТЕНО"	менее 60 баллов

6.3. Оценочные средства текущего контроля (примерные темы докладов, рефератов, эссе)
Вопросы для опроса

1. Какая матрица называется квадратной; нулевой; диагональной; единичной?
2. Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли – критерий существования системы линейных уравнений.
3. Какие векторы называются коллинеарными; компланарными?
4. Перечислите свойства скалярного произведения векторов.
5. В чем состоит условие ортогональности (перпендикулярности) векторов и условие коллинеарности векторов?
6. Запишите уравнение прямой на плоскости, проходящей через точку перпендикулярно вектору
7. Запишите каноническое уравнение эллипса. Указать его оси симметрии, вершины и фокусы.
8. Сформулируйте первый замечательный предел; второй замечательный предел.
9. В чем состоит геометрический и механический смысл производной?
10. Сформулируйте правило Лопиталя
11. Как найти промежутки выпуклости, вогнутости, точки перегиба?
12. Сформулируйте определение градиента функции.
13. Как вычисляется интеграл вида?
14. Сформулируйте признаки сходимости несобственного интеграла II рода.
15. Запишите формулу вычисления площади поверхности тела вращения.
16. Какие методы решения линейного дифференциального уравнения первого порядка вы знаете?
17. Как записывается общее решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений n-ого порядка?
18. Сформулируйте задачу Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.
19. Ряды Тейлора и Маклорена.
20. Какие случайные события называются независимыми?
21. По каким формулам находят вероятность появления события А менее m или не менее m раз в n независимых испытаниях схемы Бернулли?
22. Какие числовые характеристики существуют для непрерывных случайных величин и что характеризует каждая из них?
23. Сформулируйте центральную предельную теорему Ляпунова.
24. Сформулируйте правило проверки гипотезы о нормальном распределении с использованием критерия Пирсона.

6.4. Оценочные средства промежуточной аттестации.

Примерный перечень вопросов к экзаменам и зачётам.

Раздел 1 Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Элементы векторной алгебры

1) Каковы основные свойства определителей?
2) Что называется минором и алгебраическим дополнением?
3) Каковы способы вычисления определителей?
4) Какой вид имеют формулы Крамера и в каком случае они применяются?
5) При каком условии система линейных уравнений имеет единственное решение?
6) При каком условии система n линейных однородных уравнений с n неизвестными имеет ненулевое решение.
7) Что называется матрицей? Приведите примеры.
8) Какие действия установлены над матрицами? Как они определяются и каковы их основные свойства?
9) Какая матрица называется обратной для данной матрицы А? Для любой ли матрицы существует обратная? Если нет, то какому условию должна удовлетворять данная матрица, чтобы для неё существовала обратная матрица? Как найти обратную матрицу?
10) Что называется рангом матрицы?
11) Что называется матрицей системы линейных уравнений и расширенной матрицей системы линейных уравнений?
12) Опишите матричный способ решения систем линейных уравнений.
13) Каково условие совместности систем линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли)?
14) Каково условие определённости и неопределённости совместной системы?
15) В чём состоит сущность метода Гаусса для исследования и решения системы линейных уравнений? Опишите схему его применения.
16) Что называется рангом системы линейных уравнений и как, пользуясь методом Гаусса можно найти ранг системы?
17) Что называется прямым и обратным ходом метода Гаусса?
18) Что называется вектором? Что называется модулем вектора?
19) Как определяется равенство векторов?
20) Как определяются операции сложения векторов и умножения вектора на скаляр (линейные операции над векторами)? Каковы их свойства?
21) Как определяются координаты вектора в пространстве?
22) Как выражаются модель вектора и его направляющие косинусы через координаты вектора?
23) Как выражаются координаты вектора через координаты точек, являющихся началом и концом этого вектора?
24) Напишите формулу для вычисления расстояния между двумя точками в пространстве.
25) Как производится сложение векторов и умножение вектора на скаляр (линейные операции над векторами), если векторы заданы своими координатами?
26) Что называется векторным произведением векторов? Каковы его свойства и выражение через координаты векторой-сомножителей? Что называется смешанным произведением векторов? Каковы его свойства и выражение через координаты векторов-сомножителей?
27) Каковы условия компланарности трёх векторов и как они выражаются через координаты векторов?
28) Что называют характеристическим уравнением матрицы?
29) Что такое характеристические числа (собственные значения) матрицы?
30) Что такое собственный вектор матрицы?
31) Дайте определение линейного пространства и приведите примеры линейных пространств. Что называется вектором?
32) Дайте определение линейной зависимости и независимости системы векторов.
33) Что называется размерностью линейного пространства? Приведите примеры.
34) Что называется базисом линейного пространства и координатами вектора в данном базисе? Приведите примеры.
35) Что называют линейным преобразованием?
36) Что называют матрицей линейного преобразования?
37) Чем определяется вид матрицы линейного преобразования?
38) Что называют квадратичной формой?
39) Что называют матрицей квадратичной формы?Каков характерный признак, отличающий уравнение прямой в декартовой системе координат от уравнений других линий?
40) Как расположена прямая относительно декартовой системы координат, если в её уравнении отсутствует: а) свободный член; б) одна из координат; в) одна из координат и свободный член?
41) Как вычислить угол между двумя прямыми? Каковы условия параллельности и перпендикулярности прямых?
42) Как можно найти угловой коэффициент прямой, если известно её общее уравнение? Можно ли найти угловой коэффициент прямой, не составляя её уравнения, если известны две её точки? Если да, то как это сделать?
43) Напишите уравнение прямой проходящей: а) через данную точку в данном направлении; б) через две данные точки.
44) Напишите формулы, выражающие координаты точки, делящей отрезок в данном отношении, через координаты его концов.
45) Напишите формулы, выражающие координаты: а) середины отрезка через координаты его концов; б) центра тяжести треугольника через координаты его вершин.
46) Как найти расстояние от данной точки до прямой, заданной уравнением общего вида?
47) Напишите уравнения осей декартовой системы координат.
48) Что называют характеристическим уравнением матрицы?
49) Что такое характеристические числа (собственные значения) матрицы?
50) Что такое собственный вектор матрицы?
51) Дайте определение линейного пространства и приведите примеры линейных пространств. Что называется вектором7
52) Дайте определение линейной зависимости и независимости системы векторов.
53) Что называется размерностью линейного пространства? Приведите примеры.
54) Что называется базисом линейного пространства и координатами вектора в данном базисе? Приведите примеры.
55) Что называют линейным преобразованием?
56) Что называют матрицей линейного преобразования?

68) Как найти расстояние от данной точки до прямой, заданной уравнением общего вида?
69) Напишите уравнения осей декартовой системы координат.
70) Что называется уравнением линии. Приведите примеры.
71) Как убедиться, что данная точка лежит на данной линии?
72) Как Найти точку пересечения двух линий, заданных своими уравнениями?
73) Что называется порядком алгебраической линии?
74) По какому признаку можно определить, является ли данное уравнение второго порядка уравнением окружности в декартовой системе координат? Как в этом случае можно найти её центр и радиус?
75) Сформулируйте определения эллипса, гиперболы и параболы. Каковы канонические уравнения этих линий и при каком расположении осей координат имеют место эти уравнения?
76) Что называется эксцентриситетом эллипса и гиперболы и какие значения он может иметь для каждой из этих линий?
77) Как проверить, что данная точка лежит на поверхности, заданной данным уравнением?
78) Каков характерный признак, отличающий уравнение плоскости в декартовой системе координат от уравнения других поверхностей?
79) Как расположена плоскость относительно системы координат, если в её уравнении отсутствует: а) свободный член; б) одна из координат; в) две координаты; г) одна из координат и свободный член; д) две координаты и свободный член?
80) Каковы способы задания прямой линии в пространстве?
Раздел 2 . Математический анализ
Введение в анализ
1. Что называется функцией?
2. Что называется областью определения и множеством значений функции.
3. Какая функция называется монотонной; строго монотонной?
4. Дайте определение четной (нечетной) функции.
5. Что такое периодическая функция, период?
6. Перечислите основные элементарные функции.
7. Что называется пределом функции?
8. Определите понятие предела функции на бесконечности.
9. Сформулируйте определения односторонних пределов.
10. Сформулируйте первый замечательный предел; второй замечательный предел.
11. Что такое бесконечно малые функции? Перечислите их свойства.
12. Как сравнивают бесконечно малые функции?
13. Какие бесконечно малые функции называются эквивалентными?
14. Запишите цепочку эквивалентных бесконечно малых.
15. Что называется функцией, непрерывной в точке?
16. Что такое точки разрыва функции? Приведите классификацию точек разрыва функции.
17. Сформулируйте понятие непрерывности функции на отрезке.
18. Перечислите свойства функций, непрерывных на отрезке.
Дифференциальное исчисление функций одной переменной
1. Что называется производной функции?
2. В чем состоит геометрический и механический смысл производной?
3. Чему равна производная суммы, произведения и частного двух функций?
4. Запишите формулы дифференцирования степенной и показательной функции.
5. Что называется логарифмическим дифференцированием?
6. Как найти производную показательно-степенной функции?
7. Сформулируйте определение дифференциала. Какой его геометрический смысл?
8. Как используется дифференциал в приближенных вычислениях?
9. Сформулируйте определение производной n-го порядка.
10. Запишите формулу Лейбница для производной n-го порядка произведения функций.
11. Логарифмическая производная.
12. Как найти производные первого и второго порядков функции, заданной параметрически; неявной функции?
13. Что называется дифференциалом n-го порядка?
14. Сформулируйте теорему Ролля. Укажите ее геометрический смысл.
15. Сформулируйте теорему Лагранжа. Укажите ее геометрический смысл.
16. Сформулируйте правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей типа и .
17. Как раскрываются неопределенности типа и с использованием правила Лопиталя?
18. Как раскрываются степенные неопределенности с использованием правила Лопиталя?
19. Запишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
20. Запишите формулу Маклорена.
21. Как найти интервалы возрастания и убывания функции?
22. Какое необходимое условие локального экстремума?
23. Какие точки называются критическими?
24. Сформулируйте достаточное условие существования экстремума функции, связанное с производной первого порядка.
25. Сформулируйте достаточное условие существования экстремума функции, связанное с производной второго порядка.
26. Как найти промежутки выпуклости, вогнутости, точки перегиба?
27. Как найти вертикальные асимптоты графика функции; наклонные асимптоты?
28. Как найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке?
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных
1. Сформулируйте определение функции n переменных, ее области определения и множества значений.
2. Сформулируйте определение функции двух переменных и ее области определения. Каков геометрический смысл этих понятий?

7. Как используется полный дифференциал в приближенных вычислениях?
8. Сформулируйте определение производной по направлению.
9. Сформулируйте определение градиента функции.
10. Как связана производная по направлению с градиентом?
11. Определите и укажите правила нахождения производных и дифференциалов высших порядков.
Неопределенный интеграл
1. Дайте определение первообразной для функции f(x) на промежутке (a; b).
2. График какой первообразной для функции пройдет через точку с координатами (1; 2π)?
3. Поясните смысл операции «введение под знак дифференциала»?
4. Укажите правило применения замены переменной в неопределенном интеграле.
5. Запишите формулу интегрирования по частям.
6. Что обозначает термин «выделить целую часть неправильной дроби»?
7. На какие простейшие дроби раскладывается дробь
8. Сформулируйте достаточное условие существования экстремума функции, связанное с производной второго порядка.
9. Как найти промежутки выпуклости, вогнутости, точки перегиба?
10. Как найти вертикальные асимптоты графика функции; наклонные асимптоты?
11. Как найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке?
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных
1. Сформулируйте определение функции n переменных, ее области определения и множества значений.
2. Сформулируйте определение функции двух переменных и ее области определения. Каков геометрический смысл этих понятий?
3. Что называется линией уровня функции двух переменных?
4. Сформулируйте определение поверхности уровня функции .
5. Сформулируйте определение частных производных функции двух переменных.
6. Сформулируйте определение полного дифференциала функции n переменных; двух переменных.
7. Как используется полный дифференциал в приближенных вычислениях?
8. Сформулируйте определение производной по направлению.
9. Сформулируйте определение градиента функции.
10. Как связана производная по направлению с градиентом?
11. Определите и укажите правила нахождения производных и дифференциалов высших порядков.
Неопределенный интеграл
1. Дайте определение первообразной для функции f(x) на промежутке (a; b).
2. График какой первообразной для функции пройдет через точку с координатами (1; 2π)?
3. Поясните смысл операции «введение под знак дифференциала»?
4. Укажите правило применения замены переменной в неопределенном интеграле.
5. Запишите формулу интегрирования по частям.
6. Что обозначает термин «выделить целую часть неправильной дроби»?
7. На какие простейшие дроби раскладывается дробь ?
8. Сформулируйте признаки сходимости несобственного интеграла II рода.
9. Как вычислить площадь плоской фигуры с помощью определенного интеграла?
10. Как вычислить длину дуги кривой в декартовой системе координат; в полярных координатах; в случае, если кривая задана параметрическими уравнениями?
11. Запишите формулу вычисления объёма тела по площадям его параллельных сечений.
12. Приведите формулу для объёмов тел вращений вокруг оси Ox, вокруг оси Oy.
13. Запишите формулу вычисления площади поверхности тела вращения.
14. Как найти массу неоднородного стержня?
15. По каким формулам находятся координаты центра тяжести плоской кривой и криволинейной трапеции?
16. Запишите формулу для вычисления работы переменной силы F(x).
Раздел 3. Ряды. Обыкновенные дифференциальные уравнения
Дифференциальные уравнения
1. Какое уравнение называется дифференциальным уравнением первого порядка?
2. Дайте определение общего и частного решений дифференциального уравнения первого порядка.
3. Сформулируйте теорему Коши существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка.
4. Запишите общий вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
5. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется однородным?
6. Запишите общий вид линейного дифференциального уравнения первого порядка.
7. Какие методы решения линейного дифференциального уравнения первого порядка вы знаете?
8. Запишите уравнение Бернулли и укажите методы его решения.
9. Сформулируйте необходимое и достаточное условие того, чтобы уравнение P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0 было уравнением в полных дифференциалах.
10. Какие способы решения уравнения в полных дифференциалах существуют?
11. Что такое интегрирующий множитель?
12. Дайте определение дифференциального уравнения n-ого порядка.
13. Что называется общим и частным решениями дифференциального уравнения n-ого порядка? Какие типы дифференциальных уравнений высших порядков допускают понижение порядка?
14. Какие дифференциальные уравнения n-ого порядка называют линейными однородными ; неоднородными? Запишите их в общем виде.
15. Какая система решений линейных однородных дифференциальных уравнений называется фундаментальной?
16. Как записывается общее решение линейных однородных дифференциальных уравнений n-ого порядка?

22. а) действительные и различные;
23. б) равные;
24. в) комплексные;
25. Какие специальные виды правой части линейного неоднородного дифференциального уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами рассматриваются при подборе вида частного решения?
26. Какая система дифференциальных уравнений называется канонической; нормальной?
27. Сформулируйте задачу Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.
28. Что называется общим решением нормальной системы дифференциальных уравнений?
29. Запишите линейную однородную систему дифференциальных уравнений.
30. Какова структура общего решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений?
31. Запишите линейную неоднородную систему дифференциальных уравнений.

Раздел 4. Теория вероятностей и математическая статистика

Теория вероятностей

1. Какие события называются достоверными, невозможными, случайными?
2. Какие события называются совместными, несовместными, равновозможными?
3. Как обозначают и в каких случаях используют классическое и геометрическое определение вероятности?
4. Какие основные свойства вероятности?
5. Какие комбинации называются перестановками, размещениями, сочетаниями? Как обозначается и вычисляется количество этих соединений?
6. Сформулируйте теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий.
7. Какие случайные события называются независимыми?
8. Как обозначают и определяют условную вероятность?
9. Сформулируйте и запишите теоремы умножения вероятностей зависимых и независимых случайных событий?
10. Каким условиям должно удовлетворять событие, чтобы его вероятность можно было найти по формуле полной вероятности? Какой вид имеет эта формула?
11. Применение формулы Байеса. Запишите формулы Байеса.
12. Что называется формулой Бернулли?
13. По каким формулам находят вероятность появления события А менее m или не менее m раз в n независимых испытаниях схемы Бернулли?
14. По какой формуле находят вероятность появления события А хотя бы один раз в n испытаниях?
15. Как найти наиболее вероятное значение числа появления события А в схеме Бернулли?
16. В каких случаях используют формулу Пуассона, локальную или интегральную формулы Муавра-Лапласа?
17. Как найти вероятность появления события в случае простого потока?
18. Что такое случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины?
19. Укажите основные законы распределения дискретной величины и условия их использования.
20. Как определяются и что характеризуют числовые характеристики дискретных случайных величин?
21. Как определяют функцию распределения и плотности вероятностей непрерывных случайных величин? Какие свойства имеют эти функции?
22. Какая существует связь между интегральной и дифференциальной функциями распределения вероятностей?
23. По каким формулам можно вычислить вероятность попадания случайной величины в промежуток , используя интегральную или дифференциальную функции распределения?
24. Какие числовые характеристики существуют для непрерывных случайных величин и что характеризует каждая из них?
25. Как вычислить числовые характеристики непрерывных случайных величин?
26. Укажите основные свойства математического ожидания и дисперсии.
27. Укажите основные законы распределения непрерывных случайных величин и их вид.
28. Каковы числовые характеристики основных законов распределения дискретных и непрерывных случайных величин?
29. По каким формулам находят вероятность попадания случайной величины X в промежуток , если X распределена по равномерному, показательному или нормальному закону?
30. Как найти функцию распределения , если X – дискретная или непрерывная случайная величина?
31. Как определяют начальные и центральные моменты, коэффициент корреляции и как связаны понятия корреляции, зависимости и независимости случайных величин?
32. Сформулируйте правило и как оно используется?
33. Сформулируйте центральную предельную теорему Ляпунова.

Математическая статистика

1. Что является предметом математической статистики?
2. Сформулируйте основные задачи математической статистики.
3. Дайте определения генеральной и выборочной совокупности.
4. Охарактеризуйте сущность выборочного метода в математической статистике.
5. Дайте определения дискретного и интервального вариационных рядов.
6. Что называется эмпирической функцией распределения.
7. Что называется полигоном и гистограммой?
8. Дайте определения выборочной средней, выборочной дисперсии, выборочного среднеквадратического отклонения.
9. Дайте определение точечной оценки параметров распределения случайной величины и сформулируйте требования, предъявляемые к точечным оценкам.
10. Укажите точечные оценки математического ожидания и дисперсии.
11. Охарактеризуйте метод моментов получения точечных оценок.
12. Охарактеризуйте метод максимального правдоподобия.
13. Дайте определения доверительного интервала, доверительной вероятности, укажите точность оценки.
14. Укажите правило построения доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии

6.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Учебным планом не предусмотрено

6.6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Дисциплина "Высшая математика" реализуется посредством проведения учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся). В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в форме контактной работы обучающихся с преподавателем и самостоятельной работы обучающихся. При реализации дисциплины предусмотрена аудиторная контактная работа и внеаудиторная контактная работа посредством электронной информационно-образовательной среды. Учебный процесс в аудитории осуществляется в форме лекций и практических занятий. В лекциях раскрываются основные темы изучаемого курса, которые входят в рабочую программу. На практических занятиях более подробно изучается программный материал в плоскости отработки практических умений и навыков и усвоения тем. Внеаудиторная контактная работа включает в себя проведение текущего контроля успеваемости (тестирование) в электронной информационно-образовательной среде.

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Высшая математика» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций, семинаров и практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Для успешного освоения учебной дисциплины и достижения поставленных целей необходимо внимательно ознакомиться с настоящей рабочей программы учебной дисциплины. Ее может представить преподаватель на вводной лекции или самостоятельно обучающийся использует информацию на официальном Интернет-сайте Университета.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в электронной библиотечной системе : ЭБС Znanium.com, ЭБС Национальный цифровой ресурс «РУКОНТ», СПС «Консультант Плюс», Портал «Учебно-методическое обеспечение образовательной деятельности МГУТУ», на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно- телекоммуникационной сети Интернет. Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

При подготовке к аудиторным занятиям необходимо помнить особенности каждой формы его проведения.

Подготовка к учебному занятию лекционного типа

С целью обеспечения успешного обучения обучающийся должен готовиться к лекции, поскольку она является важнейшей формой организации учебного процесса, поскольку:

знакомит с новым учебным материалом;
разъясняет учебные элементы, трудные для понимания;
систематизирует учебный материал;
ориентирует в учебном процессе.
С этой целью:

внимательно прочитайте материал предыдущей лекции;
ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям с темой прочитанной лекции;
внесите дополнения к полученным ранее знаниям по теме лекции на полях лекционной тетради;
запишите возможные вопросы, которые вы зададите лектору на лекции по материалу изученной лекции;
постарайтесь уяснить место изучаемой темы в своей подготовке;
узнайте тему предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора) и запишите информацию, которой вы владеете по данному вопросу.
Подготовка к практическому занятию

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой. Они необходимы для закрепления теоретических знаний, полученных на лекциях, и для получения практических знаний. Практические задания выполняются студентом, с применением знаний и умений, полученных на занятиях, а также с использованием необходимых пояснений, полученных от преподавателя. К практическому занятию от студента требуется предварительная подготовка, которую он должен провести перед занятием. Список литературы и вопросы, необходимые при подготовке, студент получает перед занятием из методических рекомендаций к практическому занятию.

Содержание практических работ позволяет освоить:

практические приемы вычисления с помощью методов дифференциального и интегрального исчисления;
практические приемы вычисления пределов;
практические приемы нахождения частных производных функций многих переменных;
виды и методы решения простейших дифференциальных уравнений;
методы и способы решения систем уравнений;
различные способы задания прямой;
свойства кривых второго порядка;
теорию комплексных чисел;

исследование ряда на сходимость;
численные методы;
правила и применение формул комбинаторики;
методы решения задач теории вероятностей и математической статистики.
Каждая практическая работа включает краткий теоретический материал, примеры задач и набор заданий. Практические работы необходимо выполнять в специальных тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

Работа во время проведения практического занятия включает несколько моментов:

консультирование студентов преподавателем с целью предоставления исчерпывающей информации, необходимой для самостоятельного выполнения предложенных преподавателем задач;
самостоятельное выполнение заданий согласно обозначенной учебной программой тематики;
обработка, обобщение полученных результатов практической работы проводится обучающимися самостоятельно или под руководством преподавателя (в зависимости от степени сложности поставленных задач). В результате оформляется индивидуальный отчет. Подготовленная к сдаче на контроль и оценку работа сдается преподавателю. Форма отчетности может быть письменная, устная или две одновременно. Главным результатом в данном случае служит получение положительной оценки по каждому практическому занятию. Это является необходимым условием при проведении рубежного контроля и допуска к зачету/дифференцированному зачету/экзамену. При получении неудовлетворительных результатов обучающийся имеет право в дополнительное время пересдать преподавателю работу до проведения промежуточной аттестации.
Самостоятельная работа

Для более углубленного изучения темы задания для самостоятельной работы рекомендуется выполнять параллельно с изучением данной темы. При выполнении заданий по возможности используйте наглядное представление материала. Более подробная информация о самостоятельной работе представлена в разделах «Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по дисциплине (модулю)», «Методические указания к самостоятельной работе по дисциплине (модулю)».

Подготовка к зачету и экзамену

К зачетам и экзаменам необходимо готовиться целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине. Попытки освоить учебную дисциплину в период зачетно- экзаменационной сессии, как правило, приносят не слишком удовлетворительные результаты.

При подготовке к зачету и экзамену по теоретической части выделите в вопросе главное, существенное (понятия, признаки, классификации и пр.), приведите примеры, иллюстрирующие теоретические положения.

После предложенных указаний у обучающихся должно сформироваться четкое представление об объеме и характере знаний и умений, которыми надо будет овладеть по дисциплине.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература	
7.1.1. Основная литература	
Л.1.1	Кузнецова Т. А., Мироненко Е. С., Розанова С. А., Сирота А. И., Ярошевская К. Ш., Розанова С. А. Высшая математика [Электронный ресурс]:учебное пособие. - Москва: Физматлит, 2009. - 167 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68379
Л.1.2	Геворкян П. С. Высшая математика: основы математического анализа [Электронный ресурс]:курс лекций. - Москва: Физматлит, 2007. - 238 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68871
Л.1.3	Вдовин А. Ю., Михалева Л. В., Мухина В. М. Высшая математика. Стандартные задачи с основами теории [Электронный ресурс]:. - Санкт-Петербург: Лань, 2009. - 192 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=45
Л.1.4	Михеев В. И., Павлюченко Ю. В. Высшая математика: Краткий курс [Электронный ресурс]:учебное пособие. - Москва: Физматлит, 2007. - 197 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69321
Л.1.5	Балдин К. В., Башлыков В. Н., Рукосуев А. В. Высшая математика [Электронный ресурс]:учебник. - Москва: ФЛИНТА, 2021. - 360 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=79497
Л.1.6	Макаров Е. В., Лунгу К. Н. Высшая математика. Руководство к решению задач [Электронный ресурс]:учебное пособие. - Москва: Физматлит, 2009. - 383 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82250
Л.1.7	Геворкян П. С. Высшая математика [Электронный ресурс]:учебное пособие. - Москва: Физматлит, 2007. - 270 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82346
Л.1.8	Горелов Г. Н., Горлач Б. А., Додонова Н. Л., Ефимов Е. А., Подклетнова С. В., Ростова Е. П. Высшая математика. Практикум для студентов технических и экономических специальностей [Электронный ресурс]:учебное пособие. - Санкт-Петербург: Лань, 2020. - 676 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/140738
Л.1.9	Ячменев Л.Т. Высшая математика [Электронный ресурс]:Учебник. - Москва: Издательский Центр РИО, 2020. - 752 с. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog/document?id=355350
Л.1.10	Малыхин В.И. Высшая математика [Электронный ресурс]:Учебное пособие. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2020. - 365 с. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog/document?id=356193

Л.1.11	Лакерник А.Р. Высшая математика. Краткий курс [Электронный ресурс]:Учебное пособие. - Москва: Издательская группа "Логос", 2020. - 528 с. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog/document?id=367696
Л.1.12	Шипачев В.С. Высшая математика [Электронный ресурс]:Учебник. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2021. - 479 с. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog/document?id=364208
Л.1.13	Шипачев В.С. Высшая математика [Электронный ресурс]:Учебник. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 479 с. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog/document?id=327860
Л.1.14	Ржевский С. В. Высшая математика I: линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]:Учебное пособие. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 211 с. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog/document?id=350950
Л.1.15	Ржевский С. В. Высшая математика IV: числовые и функциональные ряды; обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]:Учебное пособие. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 127 с. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog/document?id=350966
Л.1.16	Ржевский С. В. Высшая математика III: интегральное исчисление [Электронный ресурс]:Учебное пособие. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 262 с. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog/document?id=350967
Л.1.17	Ржевский С. В. Высшая математика II: дифференциальное исчисление [Электронный ресурс]:Учебное пособие. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 257 с. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog/document?id=350968
Л.1.18	Жукова Г.С. Высшая математика для бакалавра. Практикум. Часть 1 [Электронный ресурс]:Учебное пособие. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 223 с. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog/document?id=352333
Л.1.19	Жукова Г.С. Высшая математика для бакалавра. Практикум. Часть 2 [Электронный ресурс]:Учебное пособие. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 275 с. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog/document?id=352332
7.2. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение в том числе отечественного производства	
7.2.1	Microsoft Windows 7
7.2.2	Kaspersky Endpoint Security
7.2.3	Microsoft Office 2013 Standard
7.3. Перечень профессиональных баз данных, информационных справочных систем и ресурсов сети Интернет	
7.3.1	Электронно-библиотечная система "Лань". Режим доступа: https://e.lanbook.com/
7.3.2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека онлайн". Режим доступа: https://biblioclub.ru/
7.3.3	Электронно-библиотечная система "Znanium.com". Режим доступа: https://znanium.com/
7.3.4	"Электронная библиотека учебников" . Режим доступа: http://studentam.net/
7.3.5	Электронно-библиотечная система "Юрайт". Режим доступа: https://biblio-online.ru/
7.3.6	База данных международного индекса научного цитирования Scopus. Режим доступа: http://www.scopus.com/
7.3.7	Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Режим доступа: http://window.edu.ru/
7.3.8	Международный индекс научного цитирования Web of Science (Web of Knowledge). Режим доступа: http://apps.webofknowledge.com/
7.3.9	Научная электронная библиотека "eLIBRARY.RU". Режим доступа: https://www.elibrary.ru/

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1	Адрес: 215119, Смоленская область, район Вяземский, город Вязьма, улица Ленина, дом 77, ауд. 1303 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа; занятий семинарского типа; для курсового проектирования (выполнения курсовых работ); для проведения групповых и индивидуальных консультаций; для текущего контроля и промежуточной аттестации Рабочие места обучающихся; Рабочее место преподавателя; Классная доска; Ноутбук переносной; Переносной проектор; Переносной экран; Учебно-наглядные пособия.

9. ОРГАНИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ

Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями осуществляется в соответствии с «Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса» Министерства образования и науки РФ от 08.04.2014г. № АК-44/05вн. В образовательном

процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Студенты с ограниченными возможностями здоровья, в отличие от остальных студентов, имеют свои специфические особенности восприятия, переработки материала. Подбор и разработка учебных материалов производится с учетом индивидуальных особенностей. Предусмотрена возможность обучения по индивидуальному графику, при составлении которого возможны различные варианты проведения занятий: в академической группе и индивидуально, на дому с использованием дистанционных образовательных технологий.

Актуализация с учетом развития науки, техники, культуры, экономики, техники, технологий и социальной сферы

Руководитель ОПОП
канд.экон. .наук Михалёва Н. А. _____

Рабочая программа актуализирована, обсуждена и одобрена на заседании обеспечивающей кафедры
Системной автоматизации и информационных технологий
Протокол от __ _____ 2024 г. № __
Зав.кафедрой канд. техн. наук. Морозов С. М.

Рабочая программа согласована на заседании выпускающей кафедры
Технологии продуктов питания , предпринимательства и экономики
Протокол от __ _____ 2024 г. № __
Зав. кафедрой канд. техн. наук. Степаненкова Л.Н_____

==========

Актуализация с учетом развития науки, техники, культуры, экономики, техники, технологий и социальной сферы

Руководитель ОПОП
канд.экон. .наук Михалёва Н. А. _____

Рабочая программа актуализирована, обсуждена и одобрена на заседании обеспечивающей кафедры
Системной автоматизации и информационных технологий
Протокол от __ _____ 2025 г. № __
Зав.кафедрой канд. техн. наук. Морозов С. М.

Рабочая программа согласована на заседании выпускающей кафедры
Технологии продуктов питания , предпринимательства и экономики
Протокол от __ _____ 2025 г. № __
Зав. кафедрой канд. техн. наук. Степаненкова Л.Н_____

==========

Актуализация с учетом развития науки, техники, культуры, экономики, техники, технологий и социальной сферы

Руководитель ОПОП
канд.экон. наук Михалёва Н. А. _____

Рабочая программа актуализирована, обсуждена и одобрена на заседании обеспечивающей кафедры
Системной автоматизации и информационных технологий
Протокол от __ _____ 2026 г. № __
Зав.кафедрой канд. техн. наук. Морозов С. М.

Рабочая программа согласована на заседании выпускающей кафедры
Технологии продуктов питания , предпринимательства и экономики
Протокол от __ _____ 2026 г. № __
Зав. кафедрой канд. техн. наук. Степаненкова Л.Н_____

==========

Актуализация с учетом развития науки, техники, культуры, экономики, техники, технологий и социальной сферы

Руководитель ОПОП
канд.экон. .наук Михалёва Н. А._____

Рабочая программа актуализирована, обсуждена и одобрена на заседании обеспечивающей кафедры
Системной автоматизации и информационных технологий
Протокол от __ _____ 2027 г. № __
Зав.кафедрой канд. техн. наук. Морозов С. М.

Рабочая программа согласована на заседании выпускающей кафедры
Технологии продуктов питания , предпринимательства и экономики
Протокол от __ _____ 2027 г. № __
Зав. кафедрой канд. техн. наук. Степаненкова Л.Н_____

Вопросы к самоподготовке

Тема 1. Матрицы и определители. Исследование системы линейных уравнений. Векторы, операции над векторами.

1. Какому условию должна удовлетворять матрица, чтобы для неё существовала обратная матрица?
2. Как найти обратную матрицу?
3. Что называется рангом матрицы? Как вычислить ранг матрицы?
4. При каком условии система линейных уравнений имеет единственное решение?
5. При каком условии система n линейных однородных уравнений с n неизвестными имеет ненулевое решение?
6. Каковы условия компланарности трёх векторов и как они выражаются через координаты векторов?
7. Вычислить A^T-3B, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
8. Вычислить определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$
9. Установить, компланарны ли векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, если $\vec{a} = (3; -2; 1)$; $\vec{b} = (2; 1; 2)$; $\vec{c} = (1; 9; -11)$.
10. Найти матрицу, обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -4 & 6 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.
11. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 2x + y + 3z = 11. \end{cases}$
12. Параллелепипед построен на векторах $\vec{a} = 3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$, $\vec{b} = -3\vec{\jmath} + \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{\jmath} + 5\vec{k}$, вычислить его объём. Правой или левой будет связка векторов $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$?

Тема 2 Аналитическая геометрия. Прямая на плоскости и в пространстве. Плоскость. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.

1. Как можно найти угловой коэффициент прямой, если известно её общее уравнение?
2. Можно ли найти угловой коэффициент прямой, не составляя её уравнения, если известны две её точки? Если да, то как это сделать?
3. Напишите уравнение прямой проходящей через данную точку в данном направлении.
4. Как найти расстояние от данной точки до прямой, заданной уравнением общего вида?
5. Сформулируйте определения эллипса, гиперболы и параболы.
6. Что называется эксцентриситетом эллипса и гиперболы и какие значения он может иметь для каждой из этих линий?
7. Составить каноническое уравнение эллипса, если его полуоси соответственно равны 6 и 3.
8. Даны точки $M_1(0,-1,3)$ и $M_2(1,3,5)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M1 и перпендикулярной к вектору $\overline{n} = \overline{M_1M_2}$.
9. Написать уравнения прямой, проходящей через точку A(4,3,0) и параллельной вектору $\overline{p} = \{-1,1,1\}$.
10. Найти точку пересечения прямой с плоскостью: $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$, $x + 2y + 3z - 29 = 0$.
11. Определить вид поверхности, заданной уравнениями: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} - \frac{3z^2}{25} = 1$; $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 2z$; $z - 2 = x^2 + y^2$; $x^2 - y^2 - z^2 = 0$.

Тема 3. Функции и пределы. Непрерывность функции. Производная и ее применение.

1. Что называется функцией?
2. Что называется областью определения функции?
3. Перечислите основные элементарные функции.
4. Что называется бесконечно малой функцией?
5. Какая функция называется непрерывной в точке?
6. Какая точка называется точкой разрыва I рода, II рода (в чём отличие)?
7. Что является наибольшим и наименьшим значением функции на отрезке?
8. В чём состоит геометрический, механический смысл производной?
9. Сформулируйте общие правила дифференцирования функции и напишите формулы дифференцирования основных элементарных функций.
10. Как находится производная сложной функции?
11. Как найти производную неявной функции?

12. Как находится производная функции, заданной параметрически?
13. Дать понятие производных высшего порядка.
14. Найти производную сложной функции $y=tg^3 x^2$.
15. Применяя логарифмическое дифференцирование найти производную $z=(\cos\alpha)^{\sin 2\alpha}$.
16. Как найти интервалы возрастания и убывания функции?
17. Что называют точками экстремума функции и как находятся?
18. Как найти наибольшее и наименьшее значение функции?
19. Как найти интервалы выпуклости, вогнутости графика функции, точки перегиба?
20. Что называют асимтотой кривой y=f(x)?
21. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $u=x^3-3x^2-9x+35$ на отрезке $[-4;4]$.
22. Что называется линией уровня, поверхностью уровня функции *u=f(x,y,z)*?
23. Как определяются частные производные функции z=f(x,y)?
24. Что называют полным дифференциалом функции z=f(x,y)?
25. Как находятся производные сложной и неявной функции двух независимых переменных?
26. Как находятся условные экстремумы функции f(x,y)?

Тема 4. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Кратные интегралы.

1. Сформулируйте определение первообразной функции.
2. Что называется неопределённым интегралом? Каков его геометрический смысл и основные свойства?
3. Каковы основные методы интегрирования функций?
4. Найти неопределённые интегралы 1) $\int \frac{arctgx}{1+x^2}dx$; 2) $\int e^{cos^2 x}\sin 2x dx$.
5. Найти неопределённые интегралы: 1) $\int x\ln x\,dx$, 2) $\int e^x \sin x\,dx$.
6. Найти неопределённые интегралы: 1) $\int \frac{dx}{x^3-2x^2+x}$; 2) $\int \frac{dx}{x^4-1}$.
7. Найти интегралы: 1) $\int \frac{cos^3 x+1}{sin^2 x}dx$; 2) $\int \frac{dx}{3\sin x+4\cos x}$.
8. Найти неопределённые интегралы: 1) $\int \frac{x-1}{\sqrt{2x-1}}dx$; 2) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt{x}}$.
9. Сформулируйте определение определенного интеграла.
10. Перечислите свойства определенного интеграла.
11. Перечислите приложения определенного интеграла.
12. Укажите методы интегрирования определенного интеграла.
13. Дайте определение несобственного интеграла первого рода.
14. Дайте определение несобственного интеграла второго рода.
15. Сформулируйте определение двойного интеграла.
16. Сформулируйте приемы вычисления двойного интеграла.
17. Перечислите приложения двойного интеграла.
18. Сформулируйте определение тройного интеграла.
19. Сформулируйте приемы вычисления тройного интеграла.
20. Перечислите приложения тройного интеграла.

Тема 5. Дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков.

1. Дайте определение понятия дифференциального уравнения (обыкновенного).
2. Как определяется порядок дифференциального уравнения.
3. Правило нахождения общего и частного решения дифференциального уравнения.
4. Дайте определение дифференциальное уравнение 1-го порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения
5. Сформулируйте правило решения дифференциального уравнение 1-го порядка с разделяющимися переменными.
6. Сформулируйте правило решения однородного дифференциального уравнения 1-го порядка.
7. Сформулируйте правило решения линейного дифференциального уравнения 1-го порядка.
8. Сформулируйте правило решения дифференциального
9. уравнения 2-го порядка, не содержащие в явном виде независимую переменную X (понижение порядка).
10. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, не содержащие в явном виде искомой функции У (понижение порядка).
11. Однородное линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.

12. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Общее и частное решения. Задача Коши.
13. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида $f(x) = e^{dx}(M\,Cosx + N\,Sinx)$.
14. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида $f(x) = Pn(x)e^{dx}$

Тема 6. Ряды. Числовые ряды. Ряды с положительными членами. Знакочередующиеся ряды.
Функциональные ряды, степенные ряды. Приближенные вычисления значений функций с помощью степенных рядов. Применение степенных рядов к вычислению пределов и определенных интегралов. Ряд Фурье. Комплексные числа. Интеграл Фурье.

1. Дайте определение числового ряды.
2. Сформулируйте необходимый и достаточные признаки сходимости.
3. Сформулируйте определение знакопеременного и знакочередующегося рядов.
4. Сформулируйте признак абсолютной и условной сходимости знакопеременных рядов.
5. Дайте определение степенного ряда.
6. Сформулируйте теорему Абеля.
7. Как найти интервал сходимости, радиус сходимости?
8. Запишите общий вид ряда Тейлора и Маклорена.
9. Как применяются степенные ряды в приближенном вычислении.
10. Дайте определение тригонометрического ряда.
11. Как определяется сходимость ряда Фурье?
12. Запишите вид ряда Фурье для четных и нечетных функций.
13. Запишите ряд Фурье с периодом 2l.
14. Перечислите приложения ряда Фурье.

Тема 7. Случайные события. Случайные величины.

1. Какие события называются достоверными, невозможными, случайными?
2. Какие события называются совместными, несовместными, равновозможными?
3. Как обозначают и в каких случаях используют классическое и геометрическое определение вероятности?
4. Какие основные свойства вероятности?
5. Какие комбинации называются перестановками, размещениями, сочетаниями? Как обозначается и вычисляется количество этих соединений?
6. Сформулируйте теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий.
7. Какие случайные события называются независимыми?
8. Как обозначают и определяют условную вероятность?
9. Сформулируйте и запишите теоремы умножения вероятностей зависимых и независимых случайных событий?
10. Каким условиям должно удовлетворять событие, чтобы его вероятность можно было найти по формуле полной вероятности? Какой вид имеет эта формула?
11. Применение формулы Байеса. Запишите формулы Байеса.
12. Что называется формулой Бернулли?
13. По каким формулам находят вероятность появления события A менее m или не менее m раз в n независимых испытаниях схемы Бернулли?
14. По какой формуле находят вероятность появления события A хотя бы один раз в n испытаниях?
15. Как найти наиболее вероятное значение числа появления события A в схеме Бернулли?
16. В каких случаях используют формулу Пуассона, локальную или интегральную формулы Муавра-Лапласа?
17. Как найти вероятность появления события в случае простого потока?
18. Что такое случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины?
19. Укажите основные законы распределения дискретной величины и условия их использования.
20. Как определяются и что характеризуют числовые характеристики дискретных случайных величин?
21. Как определяют функцию распределения и плотности вероятностей непрерывных случайных величин? Какие свойства имеют эти функции?
22. Какая существует связь между интегральной и дифференциальной функциями распределения вероятностей?
23. По каким формулам можно вычислить вероятность попадания случайной величины в промежуток (a, b), используя интегральную или дифференциальную функции распределения?
24. Какие числовые характеристики существуют для непрерывных случайных величин и что характеризует каждая из них?
25. Как вычислить числовые характеристики непрерывных случайных величин?
26. Укажите основные свойства математического ожидания и дисперсии.
27. Укажите основные законы распределения непрерывных случайных величин и их вид.
28. Каковы числовые характеристики основных законов распределения дискретных и непрерывных случайных величин?
29. По каким формулам находят вероятность попадания случайной величины X в промежуток (a, b), если X распределена по равномерному, показательному или нормальному закону?
30. Как найти функцию распределения $Y = \varphi(X)$, если X – дискретная или непрерывная случайная величина?

31. Как определяют начальные и центральные моменты, коэффициент корреляции и как связаны понятия корреляции, зависимости и независимости случайных величин?
32. Сформулируйте правило 3σ и как оно используется?
33. Сформулируйте центральную предельную теорему Ляпунова.

Тема 8. Математическая статистика Генеральная совокупность. Выборка и способы ее организации. Оценки параметров. Статистическое оценивание и проверка гипотез, статистические методы обработки экспериментальных данных.

1. Что является предметом математической статистики?
2. Сформулируйте основные задачи математической статистики.
3. Дайте определения генеральной и выборочной совокупности.
4. Охарактеризуйте сущность выборочного метода в математической статистике.
5. Дайте определения дискретного и интервального вариационных рядов.
6. Что называется эмпирической функцией распределения.
7. Что называется полигоном и гистограммой?
8. Дайте определения выборочной средней, выборочной дисперсии, выборочного среднеквадратического отклонения.
9. Дайте определение точечной оценки параметров распределения случайной величины и сформулируйте требования, предъявляемые к точечным оценкам.
10. Укажите точечные оценки математического ожидания и дисперсии.
11. Охарактеризуйте метод моментов получения точечных оценок.
12. Охарактеризуйте метод максимального правдоподобия.
13. Дайте определения доверительного интервала, доверительной вероятности, укажите точность оценки.
14. Укажите правило построения доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии.
15. Укажите правило построения доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестной дисперсии.
16. Укажите правило нахождения интервальной оценки среднеквадратического отклонения нормального распределения.
17. Дайте определение статистической гипотезы, основной и альтернативной гипотез.
18. Дайте определения ошибок первого и второго рода, критической области.
19. Назовите основные этапы проверки статистических гипотез.
20. Сформулируйте правило проверки гипотезы о значении математического ожидания нормального распределения.
21. Сформулируйте правило проверки гипотезы о нормальном распределении с использованием критерия Пирсона.

Контрольная работа по теме 1

1. Дана система линейных уравнений. Требуется показать, что система совместна и найти ее решение тремя способами: а) по формулам Крамера, выполнить проверку решения; б) методом Гаусса; в) методом обратной матрицы.

1. $\begin{cases} 2x_1+3x_2-x_3=5 \\ 3x_1+2x_2-2x_3=1 \\ 4x_1+3x_2+x_3=13 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1-x_2+4x_3=-3 \\ x_1+3x_2+7x_3=-2 \\ 7x_1-3x_2+6x_3=5 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1+x_2-8x_3=0 \\ x_1+x_2-2x_3=-1 \\ 7x_1-5x_3=16 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x_1+3x_2-5x_3=-1 \\ x_1+4x_2-x_3=9 \\ x_1-3x_3=-5 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1-2x_2-3x_3=9 \\ 2x_1-3x_2-4x_3=15 \\ 3x_1+x_2-x_3=18 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 3x_1-5x_2+x_3=-2 \\ 4x_1-3x_2+3x_3=0 \\ -x_1-x_2-2x_3=1 \end{cases}$

7. $\begin{cases} x_1+2x_2-4x_3=1 \\ x_1+x_2+5x_3=18 \\ x_1-3x_2-2x_3=0 \end{cases}$

8. $\begin{cases} -3x_1-2x_2-10x_3=-16 \\ 2x_1+7x_3=2 \\ x_1+x_2+x_3=3 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 7x_1+5x_2-20x_3=-2 \\ 2x_1+2x_2-3x_3=17 \\ x_1+x_2-x_3=11 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x_1-8x_3=-7 \\ 8x_1+3x_2-6x_3=2 \\ 3x_1-5x_2+3x_3=6 \end{cases}$

2.Методом исключения неизвестных найти общее и базисные решения систем уравнений:

1. $\begin{cases} 5x_1-8x_2-4x_3=-10 \\ 7x_1-x_2+11x_3=0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x_1-x_2+4x_3=25 \\ x_1+4x_2+3x_3=16 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 4x_1-3x_2-x_3=4 \\ 7x_1-8x_2-7x_3=-25 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 12x_1-8x_2-3x_3=0 \\ 8x_1-2x_2=2 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 2x_1+15x_2+2x_3=-6 \\ 6x_1-8x_2-20x_3=-1 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 4x_1+2x_2-3x_3=0 \\ 5x_1+2x_2-4x_3=-2 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x_1-4x_2-x_3=30 \\ x_1+x_3=10 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 3x_1+2x_2-x_3=16 \\ 2x_1-3x_2-x_3=10 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 5x_1+3x_2-x_3=-20 \\ x_1+7x_2+5x_3=-14 \end{cases}$

10. $\begin{cases} 5x_1+7x_2+12x_3=-1 \\ 2x_1-x_2-x_3=2 \end{cases}$

Контрольная работа по теме 2

Даны вершины треугольника $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$. Найти:

а) уравнения всех трех его сторон;

б) систему неравенств, определяющих множество точек, принадлежащих треугольнику, включая его стороны;

в) внутренний угол A треугольника в градусах и минутах;

г) длину высоты, проведенной из вершины A;

д) площадь треугольника.

1. $A(6;14)$, $B(1;2)$, $C(9;8)$.
2. $A(4;10)$, $B(-1;-2)$,, $C(7;4)$.

3. $A(6;11)$, $B(1;-1)$, $C(9;5)$.
4. $A(4;13)$, $B(-1;1)$, $C(7;7)$.
5. $A(6;10)$, $B(1;-2)$, $C(9;4)$.
6. $A(4;14)$, $B(-1;2)$, $C(7;8)$.
7. $A(6;13)$, $B(1;1)$, $C(9;7)$.
8. $A(7;11)$, $B(2;-1)$, $C(10;5)$.
9. $A(3;13)$, $B(-2;1)$, $C(6;7)$.
10. $A(4;11)$, $B(-1;-1)$, $C(7;5)$.

Контрольная работа по теме 3

15. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ следующих функций:

1. а) $y=\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$; б) $y=x\ell n\cos x$; в) $y=1+\sin 2(xy)$.
2. а) $y=\ell n\sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}$; б) $y=x^2\sin\sqrt{x}$; в) $y=x\ell ny$.
3. а) $y=\sqrt[3]{x\sqrt{1+x^2}}$; б) $y=x\sin x^2$; в) $xy+x^2-y^2=1$.
4. а) $y=\ell n\sqrt[8]{\frac{4+x^2}{4-x^2}}$; б) $y=\frac{2\cos^2 x}{1-\sin 2x}$; в) $\frac{x}{y}-2x^2+3=0$.
5. а) $y=2\sqrt[3]{\left(2-x^3\right)^2}$; б) $y=\frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}$; в) $x^{\frac{3}{2}}+y^{\frac{3}{2}}=4$.
6. а) $y=\frac{1}{2}x\sqrt{x^2+9}$; б) $y=\frac{4\ell nx}{1-\ell nx}$; в) $y=x\sin y$;
7. а) $y=\frac{1}{\sqrt[4]{\left(2-x^2\right)^3}}$; б) $y=x^3\sin^3 x$; в) $y=xarctg\frac{y}{2}$.
8. а) $y=\frac{20}{\sqrt{x^3x+1}}$; б) $y=tg\frac{x}{2}-ctg\frac{x}{2}$; в) $xy^3-x^2+3y=0$.
9. а) $y=\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$; б) $y=\frac{tg2x}{1+\sin 2x}$; в) $y=\arcsin\sqrt{x}-e^{2y}$.
10. а) $y=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$; б) $y=tg^2\left(1-x\right)$; в) $xy-3^{\sin y}=0$.

2.Пользуясь правилом Лопиталя найти пределы функций:

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{\sin 2x}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x+1}{x+1}$
2. а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\ell nx}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{10x^2}{1-\cos x}$
3. а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 3x}{2x^2}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{\ell nx}$
4. а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgx-\sin x}{x-\sin x}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{2^x}$

5.
а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2 x}{x-\sin x}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{tgx}{e^x}$

6.
а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ell nx}{x^2}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{1-\cos 4x}$

7.
а) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{tg3x}{tg5x}$ б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-3x+2}$

8.
а) $\lim\limits_{x\to 0}x^x$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+x^2}{1-3x^2}$

9.
а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos ax}{1-\cos bx}$ б) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+5x-3}{x^2-9}$

10.
а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}}{x^3}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{7x}$

3.Исследовать функцию и построить ее график

1. $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$; 2. $y=\dfrac{y^x}{x}$; 3. $y=x^2-2\ell nx$.

4. $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$; 5. $y=\ell n\left(x^2-4\right)$; 6. $y=xe^{-x}$.

7. $y=\dfrac{\ell nx}{x}$; 8. $y=xe^{-x^2}$; 9. $y=2x^4-x^2$.

10. $y=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$;

Контрольная работа по теме 4

1.Найти неопределенные интегралы

1.
а) $\int e^{\cos 5x}\sin 5xdx$; б) $\int xarcctgxdx$; в) $\int\dfrac{dx}{x^2+2x}$.

2.
а) $\int\dfrac{\ell nxdx}{x}$; б) $\int\dfrac{xdx}{\cos^2 x}$; в) $\int\dfrac{dx}{x^2-4x}$.

3.
а) $\int\dfrac{xdx}{\sqrt{2-x^2}}$; б) $\int x^3\ell nxdx$; в) $\int\dfrac{(x-1)dx}{x^2-3x+1}$.

4.
а) $\int\dfrac{e^{ctg2x}}{\sin^2 2x}dx$; б) $\int\sqrt[3]{x}\ell nxdx$; в) $\int\dfrac{dx}{x^2-x+6}$.

5.
а) $\int\dfrac{x^3dx}{\sqrt{1-x^8}}$; б) $\int x\sin 3xdx$; в) $\int\dfrac{dx}{x^2-6x+5}$.

6.
а) $\int\dfrac{4x^3+\cos x}{x^4+\sin x}dx$; б) $\int xarctgxdx$; в) $\int\dfrac{x-2}{x^2+4x+3}dx$.

7. а) $\int \frac{\sqrt{1+\ell nx}}{x}dx$; б) $\int xe^{-\frac{x}{2}}dx$; в) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+x-6}}$.

8. а) $\int \frac{dx}{x\left(1+\ell n^2 x\right)}$; б) $\int x\cos 8xdx$; в) $\int \frac{dx}{x^2-2x-2}$.

9. а) $\int e^{\cos 2x}\sin 2xdx$; б) $\int x^3 \ell nxdx$; в) $\int \frac{dx}{x^2-4x+3}$.

10. а) $\int \frac{3x^2+e^x}{x^3+e^x}dx$; б) $\int x\cos 2xdx$; в) $\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$.

2. Воспользовавшись соответствующим приложением предельного интеграла к задачам геометрии, найти следующее:

а) площадь фигуры, ограниченную линиями:

1. $y = x^2$, $y = 7x-12$;
2. $y^2 = 2x + 1$, $x - y - 1=0$;
3. $y = x^2$, $y = \frac{1}{3}x^3$;
4. $y^2 = 9x$, $y = x + 2$;
5. $y = \ell nx$, $y = 1$, $y = 4$;
6. $y = e^{-\frac{x}{2}}$, $x = 0$, $x = 2$;
7. $y = \ell nx$ x , $x = e^{-1}$, $x = e$;
8. $y = x^2$, $y = \frac{1}{2}x^3$;
9. $y = 2^x$, $x = 0$, $x = 2$;
10. $y = 9 - x^2$, $y = 0$.

б) Объем тела, образованного вращением вокруг оси O_x фигуры, ограниченной линиями.

1. $y = x^2$, $y^2 = x$
2. $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$;
3. $y = \sqrt{x}e^x$, $x = 1$, $y = 0$
4. $y = 2x - x^2$, $y = x$;
5. $y = \frac{1}{4}x^2$, $y = \frac{1}{8}x^2 + 1$
6. $y = \cos x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$;
7. $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = 0$, $\left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$;
8. $y = e^x$, $y = 0$, $y = 1$;
9. $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 1, x = 3$
10. $y = x^3$, $y = x$.

Контрольная работа по теме 5

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $a(x)y' + m(x)y = f(x)$ и его частное решение, удовлетворяющее начальным условиям $y = y_0$ при .x=x_0

1. $y'\cos x - y\sin x = 1$, $y_0 = 1$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$.
2. $y' - \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x}$, $y_0 = 2$, $x_0 = 1$.
3. $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3$, $y_0 = 1$, $x_0 = 1$.
4. $y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{x^2}}{x}$, $y_0 = 2$, $x_0 = 1$.

5. $y' - \frac{2y}{x} = \frac{1}{x}$, $y_0 = 3$, $x_0 = 1$.

6. $y' + y = e^{4x}$, $y_0 = 2$, $x_0 = 0$.

7. $y' + 3y = 14e^{4x}$, $y_0 = 1$, $x_0 = 0$.

8. $xy' + y = x + 1$, $y_0 = 3$, $x_0 = 1$.

9. $xy' + 2y = x^4$, $y_0 = 2$, $x_0 = 1$.

10. $xy' - 2y = x + 1$, $y_0 = 2$, $x_0 = 1$.

Контрольная работа по теме 6

Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^x$.

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^n (n+1)}$;
2. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1}$;
3. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{2n+1}$;
4. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n \cdot 2^{n+1}}$;
5. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{2^n \cdot 3^{n+1}}$;
6. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}$;
7. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)3^{n+1}}$;
8. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{5^n}$;
9. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{0{,}1^n x^{2n}}{n}$;
10. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)6^n}$;

Контрольная работа по теме 7

Задача 1.

1.1. В партии из 100 деталей содержится пять бракованных. Найти вероятность того, что среди выбранных наудачу 50 деталей хотя бы одна бракованная.

1.2. Игральный кубик бросают два раза. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков окажется равной восьми.

1.3. Восемь шаров случайным образом размещаются по восьми ящикам. Найти вероятность того, что каждый ящик будет занят.

1.4. Трехзначное число образовано наугад выбранными тремя неповторяющимися цифрами из цифр 1,2,3,4,5. Найти вероятность того, что это число четное.

1.5. Из восьми букв разрезной азбуки составлено слово «институт». Затем карточки с буквами перемешивают и вновь собирают в произвольном порядке. Найти вероятность того, что снова получится слово «институт».

1.6. В партии из 20 деталей содержится 4 нестандартных. Найти вероятность того, что среди выбранных наудачу шести деталей не более одной нестандартной.

1.7. Из урны, содержащей 6 белых и 8 черных шаров, наугад вынимают два шара. Найти вероятность того, что вынутые шары одного цвета.

1.8. Слово «учебник» составлено из букв разрезной азбуки. Затем карточки с буквами перемешивают и из них извлекают по очереди 6 карточек. Найти вероятность того, что 6 карточек в порядке выхода составят слово «ученик».

1.9. На книжной полке в случайном порядке стоит энциклопедический справочник, состоящий из пяти томов. Найти вероятность того, что хотя бы один из томов этого справочника стоит не на своем месте.

1.10. Из 15 билетов выигрышными являются четыре. Найти вероятность того, что среди шести билетов, взятых наудачу, будет два выигрышных.

Задача 2.

2.1. Для проверки собранной схемы последовательно послано три импульса. Вероятность прохождения каждого из них не зависит от того, прошли остальные импульсы или нет, и соответственно равны $p_1 = 0{,}8$; $p_2 = 0{,}4$; $p_3 = 0{,}7$. Определить вероятность того, что пройдут не менее двух из посланных импульсов.

2.2. Игральный кубик подбрасывают три раза. Найти вероятность того, что при первом бросании выпадет четное число очков, при втором – пять очков, при третьем – число очков, кратное трем.

2.3. Вероятность появления некоторого события в отдельном испытании равна 0,75. Найти вероятность того, что при восьмикратном повторении испытания это событие появится менее пяти раз.

2.4. По линии связи передаются два сигнала *A* и *B* соответственно с вероятностями 0,72 и 0,28. Из-за помех 1/6 часть *A* – сигналов искажается и принимается как *B* – сигналы, а 1/7 часть переданных *B* – сигналов принимается как *A* – сигналы.

а) Определить вероятность того, что на приемном пункте будет принят *A* – сигнал.

б) Известно, что принят *A* – сигнал. Найти вероятность того, что он и был передан.

2.5. Из урны, содержащей 7 красных и 9 синих шаров, вынимают один за другим два шара. Найти вероятность двукратного извлечения синего шара.

2.6. Найти среднее число бракованных изделий в партии изделий, если вероятность того, что в этой партии содержится хотя бы одно бракованное, равна 0,95. Предполагается, что число бракованных изделий в партии распределено по закону Пуассона. Полученное значение округлить до целого.

2.7. Для сигнализации о том, что режим автоматической линии отклоняется от нормального, используется индикатор. Он принадлежит с вероятностями 0,2; 0,3; и 0,5 к одному из трех типов, для которых вероятности срабатывания равны соответственно 1; 0,75 и 0,4. От индикатора получен сигнал. К какому типу вероятнее всего принадлежит индикатор?

2.8. Вероятность появления некоторого события в каждом из пяти независимых опытов равна 0,7. Найти вероятность появления этого события по крайней мере два раза.

2.9. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течении времени T равна 0,002. Найти вероятность того, что за время T откажут ровно три элемента.

2.10. В электрическую цепь включены параллельно три прибора. Вероятности того, что каждый из них проработает определенное число часов, равны 0,4; 0,6; 0,7. Найти вероятность того, что это количество времени проработает:

а) хотя бы один прибор;

б) ровно два прибора;

в) не менее двух приборов.

Задача 3.

3.1. Случайная величина x подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x)=\begin{cases} a\cos x & \text{при} \quad -\pi/2 < x < \pi/2, \\ 0 & \text{при} \quad x < -\pi/2, \quad x > \pi/2. \end{cases}$$

а) Найти коэффициент a.

б) Построить график плотности распределения.

в) Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

г) Найти вероятность попадания величины X на участок от 0 до $\pi/4$.

3.2. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le 0, \\ x^2 & \text{при} \quad 0 < x \le 1, \\ 1 & \text{при} \quad x > 1. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате четырех независимых испытаний величина X ровно три раза примет значение, принадлежащее интервалу (0,25; 0,75).

3.3. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью

$f(x)=A\cdot e^{-|x|}$. (Распределение Лапласа)

Найти коэффициент A. Определить МО, дисперсию, СКО.

3.4. Плотность распределения случайной величины X задана формулой

$$f(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$ (Закон Коши)

Построить график плотности распределения. Найти вероятность того, что величина X попадет на участок (-1; 1).

3.5. Найти МО, дисперсию и СКО дискретной случайной величины X, заданной законом распределения

x_i	0	1	2	3
P_i	0,216	0,432	0,288	0,064

3.6. Найти математическое ожидание случайной величины X, если функция распределения имеет вид

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x < 0, \\ 1-e^{-0,25x} & \text{при} \quad x \ge 0. \end{cases}$$

3.7. Случайная величина X задана плотностью распределения

$$f(x)=\begin{cases} 1/6 & \text{при} \quad 2 \le x \le 8, \\ 0 & \text{при} \quad x < 2, \quad x > 8. \end{cases}$$

Найти МО, дисперсию и СКО, а также вероятность попадания случайной величины X в промежуток (3; 5).

3.8. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из нее пять раз подряд извлекают шар, причем каждый раз вынутый шар возвращают в урну, а шары перемешивают. Принимая за случайную величину X число извлеченных белых шаров, составить закон распределения этой величины, определить ее МО и дисперсию.

3.9. Дискретная случайная величина задана законом распределения

x_i	3	4	7	10
P_i	0,2	0,1	0,4	0,3

Найти функцию распределения и построить ее график.

3.10. Время безотказной работы элемента имеет показательное распределение

$F(t) = 1 - e^{-0,02t} (t > 0).$

Найти вероятность того, что за $t = 24$ часа элемент:

а) откажет;

б) не откажет.

Задача 4.

Найти вероятность попадания в заданный интервал (*a*; *b*) нормально распределенной случайной величины X, если известны ее математическое ожидание m_x и среднее квадратическое отклонение σ_x.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_x	2	3	4	5	6	4	4	5	5	6
σ_x	2	2	3	3	3	1	2	2	3	3
a	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
b	5	6	7	8	9	5	6	7	8	9

Тестовые задания

Тема 1. Матрицы и определители. Исследование системы линейных уравнений. Векторы, операции над векторами.

1. Определитель $\Delta = \begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ -\cos\alpha & \sin\alpha \end{vmatrix}$ равен…

2. Матрицей, обратной $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ является…

а) $A^{-1} = \frac{1}{26}\begin{pmatrix} -8 & -6 & -4 \\ -1 & 9 & -7 \\ 3 & -1 & -5 \end{pmatrix}$;

б) $A^{-1} = -\frac{1}{26}\begin{pmatrix} -8 & -6 & -4 \\ -1 & 9 & -7 \\ 3 & -1 & -5 \end{pmatrix}$

в) $A^{-1} = \frac{1}{13}\begin{pmatrix} 8 & -6 & -4 \\ -1 & 0 & -7 \\ 3 & -1 & -5 \end{pmatrix}$;

г) $A^{-1} = -\frac{1}{26}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. Ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \\ -1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ равен …

4. A=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, C=$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Укажите, в каком случае умножение матриц не определено

а) B·A

б) B·C

в) A·A

г) A·B

5. Умножение двух матриц определено только, если число столбцов первой матрицы равно числу … второй

6. Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда

а) ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы

б) она имеет единственное решение

в) она имеет бесконечное множество решений

г) ранг матрицы системы больше ранга расширенной матрицы системы

7. Системой линейных однородных уравнений называется система линейных уравнений…

а) у которой все свободные члены равны нулю

б) у которой все свободные члены не равны нулю

в) у которой все свободные члены не равны нулю одновременно

г) имеющая нулевое решение

8. Решением системы $\begin{cases} 2x_1 + 4x_3 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$ является…

а) (1, 1, 1)

б) (1, -1, 1)

в) (3, 0, 2)

г) (1, 0, 3)

9. Решением системы $\begin{cases} -2x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 4x_5 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 + 7x_5 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 1 \end{cases}$ является…

а) не имеет решений

б) (0,0,0,0,0)

в) (1,1,1,1,1)

г) (2,-1,3,-1,4)

10. Неоднородная система линейных уравнений имеет единственное решение, если
а) определитель системы равен нулю;
б) определитель системы не равен нулю;
в) число уравнений равно числу неизвестных системы;
г) число уравнений больше числа неизвестных системы.

11. Система линейных уравнений называется совместной, если
а) ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы;
б) не существует решений системы;
в) число уравнений равно числу неизвестных системы;
г) число уравнений больше числа неизвестных системы.

12. Угол между векторами $\vec{a}$= (1, 0, 1) и $\vec{b}$ = (0, 1, 1) равен …

13. Площадь параллелограмма, построенного на векторах$\vec{a}$ = (6, 3, -2) и $\vec{b}$= (3, -2, 6), равна …

14. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}$ = (4, 3, 0), $\vec{b}$= (2, 1, 2), $\vec{c}$= (3, 2, 5), равен …

15. Скалярное произведение векторов $\vec{a}$= (2, 1, 0) и $\vec{b}$ = (1, - 1, 2) равно …

16. Разложение вектора $\vec{a}$ = (9, 4) по базису $\overline{p}$ = (2, - 3) и $\overline{q}$ = (1, 2) имеет вид
а) $2\overline{p}$ + $5\overline{q}$; б) $2\overline{p}$ - $5\overline{q}$; в) $5\overline{p}$ + $2\overline{q}$; г) $\overline{p}$- $2\overline{q}$.

17. Значение выражения ($\vec{a}$+ $\vec{b}$)·(2$\vec{a}$- $\vec{b}$), если |$\overline{a}$| = 4, |$\overline{b}$| = 3, $\vec{a}\perp\vec{b}$, равно …

18. Длина векторного произведения неколлинеарных векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$равна:

а) площади треугольника построенного на этих векторах;

б) объему параллелепипеда построенного на этих векторах;

в) площади параллелограмма построенного на этих векторах;

г) объему пирамиды, построенной на этих векторах.

19. Векторное произведение векторов $\vec{a} = \{2; 5; 7\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; 4\}$равно

а) $\{6; 1; -1\}$;

б) $\{-6; -1; -1\}$;

в) $\{6; -1; -1\}$;

г)$\sqrt{38}$.

20. Определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$равен…

Тема 2 Аналитическая геометрия. Прямая на плоскости и в пространстве. Плоскость. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.

1. Уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(3; 1)$ и $M_2(5; 4)$ имеет вид:

а) $3x - 2y - 7 = 0$;

б)

в) $x - 2y + 7 = 0$;

г) $3x - y - 7 = 0$;

д) $3x - 2y - 9 = 0$.

2. Уравнение прямой, проходящей через точку $A(4; 1)$ и параллельно прямой $x + 2y + 3 = 0$имеет вид:

а) $x + y - 3 = 0;$

б) $-2x + y + 7 = 0;$

в) $x + 2y - 6 = 0;$

г) $2x + y - 6 = 0.$

3. Острый угол между прямыми $y = -5x + 3$ и $y = -\frac{2}{3}x + 7$ равен…

4. Угол между прямыми $x - 2y + 5 = 0$ и $3x - y + 4 = 0$ равен…

5. Угол между прямыми $2x - 3y + 5 = 0$ и $3x + 2y - 7 = 0$ равен…

6. Сумма координат точки пересечения прямых $3x - 2y + 1 = 0$ и $2x + 5y - 12 = 0$ равна…

7. Расстояние от точки $M_0(2; 1)$ до прямой $3x + 4y - 98 = 0$ равно…

8. Расстояние между параллельными прямыми $3x + 4y - 20 = 0$ и $6x + 8y + 5 = 0$ равно…

9. Расстояние от точки $M(6; 8)$ до прямой $4x + 3y + 2 = 0$ равно…

10. Расстояние между параллельными прямыми $4x + 3y - 8 = 0$ и $4x + 3y - 33 = 0$ равно…

11. Радиус окружности $x^2 - 10x + y^2 - 8y + 32 = 0;$ равен …

12. Действительная полуось гиперболы $9x^2 - 16y^2 + 144 = 0$ равна…

13. Радиус сферы $x^2 + 10x + y^2 + 2y + z^2 + 6z - 1 = 0$ равен…

14. Мнимая полуось гиперболы $9x^2 - 16y^2 + 144 = 0$ равна…

15. Уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2; 3; -1)$ параллельно плоскости $4x - 2y + 5z - 3 = 0$ имеет вид:

а) $4x - 2y + 5z - 3 = 0;$

б) $4x - 2y + 5z - 9 = 0;$

в) $4x - 2y + 5z + 3 = 0;$

г) $4x - 2y + 5z + 19 = 0.$

Тема 3. Функции и пределы. Непрерывность функции. Производная и ее применение.

1. Функцией называется зависимость переменной Y от переменной X, при которой…
   а) каждому значению Y соответствует единственное значение X;
   б) каждому значению X соответствует единственное значение Y;
   в) каждому значению X соответствует единственное значение Y и обратно.
   г) нет правильного ответа.

2. Функцией называется монотонно возрастающей на данном числовом промежутке, если большему значению аргумента соответствует … значение функции;

3. Все значения, которые принимает независимая переменная X образуют область …функции

4. Значение предела $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3x^2 - 4x + 7}{7x^2 + 12x}$ равно …

5. Значение предела $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2 - 3}{x^2 - 4}$ равно…

6.Предел функции $y = e^{\frac{1}{x}}$ при $x \to \pm\infty$ равен

7.Дана функция $y = \frac{3}{x-5}$. Точка $x = 5$ является…

а) точкой экстремума; б) точкой устранимого разрыва;
в) точкой непрерывности; г) точкой разрыва II рода.

8.Бесконечно малая функция $y = sin\, 5x$ при $x \to 0$ эквивалентна функции

а) x; б) tgx; в) $5x$; 5. г) 0.

9.Выберите утверждения, справедливые для пределов функций:

а) Постоянный множитель нельзя выносить за знак предела;

б) Предел суммы функций равен сумме пределов;

в) Предел отношения функций равен разности пределов;

г) Нет правильного ответа.

10. Производной функции (когда приращение аргумента стремится к нулю) называется … отношения приращения функции к приращению аргумента;

11. Первая производная функции показывает

а) скорость изменения функции;

б) направление функции;

в) приращение функции;

г) приращение аргумента функции.

12.Дифференцированием называется операция нахождения …

13. Производная любого постоянного числа равна…

14. Геометрический смысл производной – это ...

а) угловой коэффициент касательной к графику функций;

б) касательная;

в) скорость изменения функций;

г) дифференцирование.

15. Функция z=f(x,y) называется непрерывной в точке M_0, если предел функции в этой точке существует и а) равен … функции в этой точке;

16. Значение производной функции $y = ln(x^2 + 5)$ в точке $x = 1$ равно

17. Функция $y = 2x - x^2$ достигает максимума при x, равном…

Тема 4. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Кратные интегралы.

1. Интеграл $\int_0^1 2x\,dx$ равен…

2. Определенный интеграл с одинаковыми пределами интегрирования равен …

3. Площадь фигуры ограниченная линиями $y = 2x - x^2, y = 0$равна…

4. Интеграл $\int_0^2 (3x^2 - 1)\,dx$ равен…

5. Интеграл $\int_0^\pi dx$ равен…

6. Интеграл $\int_1^e \frac{dx}{x}$ равен…

7. Интеграл $\int_0^1 2x\,dx$ равен…

8. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin\,x\,dx$ равен…

9. Определенным интегралом называется множество … функции F(x)+C, где C-произвольная постоянная.

10. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$ и $y=2-x$ определяется формулой…

а) $\int_{-2}^1 (2 - x - x^2)dx$

б) $\int_{-2}^1 (x^2 - (2 - x))dx$

в) $\int_0^1 (2 - x + x^2)dx$

г) $\int_{-2}^1 (x - 2 - x^2)dx$

11. Значение интеграла $\int_0^\pi xsinxdx$ равно…

12. Определенный интеграл существует, если функция y=f(x) … на отрезке [a;b]

13. Несобственный интеграл $\int_{-1}^{+\infty} (x + 2)^{-4}\,dx$ равен…

14. Определенный интеграл $\int_4^5 x\sqrt{x^2 - 16}\,dx$ равен…

15. Площадь фигуры ограниченная линиями $y = 4 - x^2, y = 0$ равна…

Тема 5. Дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков.

1. Решением дифференциального уравнения называется всякая функция, которая при подстановке в уравнение обращает его в …

2. Дифференциальным уравнением 1-го порядка является уравнение

а) $y''' + 2y'' - 3y' + 1 = 2x$; б) $y' = \frac{x}{x+9}$;

в) $y = 2x - 3$; г) $y = \frac{\sqrt{x} \cdot y''}{x-1}$.

3. Дифференциальным уравнением 2-го порядка является

а) $y^2 = \frac{x}{x+9}$; б) $y''' + 2y'' - 3y' + 1 = 2x$;

в) $y = 2x^2 - 7$; г) $x = \frac{\sqrt{x} \cdot y''}{x-1}$.

4. Дифференциальное уравнение $y'' - y' + y = (x+1) \cdot e^x$ является

а) уравнением с разделяющимися переменными;

б) линейным уравнением 1-го порядка;

в) линейным однородным уравнением 2-го порядка;

г) линейным неоднородным уравнением 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

5. Решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами содержит тригонометрические функции, если корни характеристического уравнения …

6. Дифференциальным уравнением (ДУ) называется уравнение, связывающее между собой независимую переменную x, искомую функции y и её … или дифференциалы.

7. Уравнение вида $y' + p(x)y = f(x)$, где p(x) и f(x) – непрерывные функции, называется …дифференциальным уравнением первого порядка.

8. Дифференциальное уравнение вида $y''' - 4y'' + 7y' = 0$ относится к линейным … дифференциальным уравнениям второго порядка.

9. Уравнение вида $y' = f(x) \cdot g(y)$, где f(x) и g(y)- непрерывные функции, называется дифференциальным уравнение …

Тема 6. Ряды. Числовые ряды. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Функциональные и степенные ряды. Ряды Фурье.

1. Числовой ряд сходится, если предел его частичных сумм…
2. Если предел n-го члена рядя равен нулю, то необходимое условие сходимости …
3. Для данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^n}$ необходимо воспользоваться …признаком сходимости.
4. Для данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ необходимо воспользоваться …признаком сходимости.
5. Для данного ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n}$ необходимо воспользоваться …признаком сходимости.
6. Ряд вида $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} u_n$ называется …рядом.
7. Ряд вида $\sum_{n=1}^{\infty} u_n\,(x)$ называется …рядом.
8. Ряд вида $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ называется …рядом.
9. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{6^n x^n}{5^n}$ равен …
10. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5n} x^{2n}$ равен …

Тема 7. Случайные события. Случайные величины.

1. Если появление одного события исключает появление другого события в одном и том же испытании, то такие события называют…
2. Сумма вероятностей двух противоположных событий равна…
3. Сколько можно составить четырехзначных чисел из цифр 5, 7, 8, 9 так, чтобы все цифры в изображении числа входили только один раз
4. Семь студентов сдали экзамен по теории вероятностей на хорошо и отлично. Сколькими способами могли быть поставлены им оценки?
5. При бросании двух монет рассматриваются события: выпадение герба на первой монете и выпадение герба на второй монете. Чему равна вероятность выпадения герба на двух монетах одновременно?
6. Чему равна вероятность всхожести 4 семян из 5, если вероятность всхожести одного семени 0,8?
7. В коробке лежат 3 белых и 4 черных шарика. Вероятность того, что из коробки наугад извлекут 2 белых шара, равна...
8. Если событие в данном опыте не может произойти, то оно называется...
9. Если событие происходит в данном опыте обязательно, то оно называется...
10. Если появление одного из событий не исключает появление другого в одном и том же испытании, то такие события называются...
11. Если появление события B не изменяет вероятность события A, то события A и B называются…
12. На факультете изучается 16 предметов. На понедельник нужно в расписание поставить 3 предмета. Сколькими способами можно это сделать?
13. Для посева берут семена из двух пакетов. Вероятность прорастания семян в первом пакете равна 0,4, а во втором 0,5. Взяли по одному семени из каждого пакета, тогда вероятность того, что оба они прорастут, равна…

14. Два стрелка стреляют по разу в общую цель. Вероятность попадания в цель у одного стрелка 0,8, у другого – 0,9. Вероятность того, что цель не будет поражена ни одной пулей равна…
15. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель у одного стрелка 0,7, у другого – 0,8. Вероятность того, что цель будет поражена равна…
16. В ящике 50 деталей, среди них 5 окрашенных. Наудачу извлекается деталь. Вероятность вынуть на удачу окрашенную деталь равна…

Тема 8. Математическая статистика

1. Стоимость различных учебных пособий по математике в книжном магазине составила 56; 83; 77; 86; 35; 123 и 83 рубля. Объем данной выборки равен …
2. Дана выборка 5; 8; 7; 3; 2; 1, -3; 9. Тогда её выборочная средняя равна …
3. Из генеральной совокупности извлечена следующая выборка: 2; 2; 3; 3; 4; 4; 4; 6; 6; 6. Для варианты $x_i = 4$ относительная частота будет равна…
4. Мода вариационного ряда 1, 3, 5, 5, 6, 7 равна…
5. В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 14, 16, 17. Тогда несмещенная оценка дисперсии измерений равна…
6. Выборочное среднее является точечной оценкой …, а выборочная дисперсия - точечной оценкой …
7. При проверке статистической гипотезы, ошибка первого рода – это отклонение нулевой гипотезы, которая в действительности является …
8. Мощность критерия – это вероятность не допустить ошибку … рода.
9. Критическая область – это все возможные значения критерия, при которых есть основание … альтернативную гипотезу.
10. Проведено 5 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины: 9, 10, 11, 13, 14. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна…

Приложение 4

Итоговый тест.

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Вопросы для проверки уровня обученности «знать»

1. Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда…
   а) ранг матрицы системы больше ранга расширенной матрицы системы
   б) она имеет единственное решение
   в) она имеет бесконечное множество решений
   г) ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы
2. Производной функции (когда приращение аргумента стремится к нулю) называется…
   а) отношение приращения функции к приращению аргумента;
   б) предел отношения приращения функции к приращению аргумента;
   в) отношение функции к пределу аргумента;
   г) отношение предела функции к аргументу.
3. Множество первообразных функции F(x)+C, где C-произвольная постоянная называется…
   а) неопределенным интегралом;
   б) семейством первообразных;
   в) несобственным интегралом
   г) площадью криволинейной трапеции
4. Решением дифференциального уравнения называется…
   а) всякая функция, которая при подстановке в уравнение обращает его в тождество;
   б) всякая переменная, обращающая уравнение в тождество;
   в) всякая постоянная, обращающая уравнение в тождество;
   г) нет правильного ответа.
5. Числовой ряд сходится, если предел его частичных сумм…
   а) конечен
   б) бесконечен
   в) не существует
   г) нет правильного ответа

Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»

6. Векторное произведение векторов $\vec{a} = \{2; 5; 7\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; 4\}$ равно…
   а) $\{6; 1; -1\}$;
   б) $\{-6; -1; -1\}$;
   в) $\{6; -1; -1\}$;
   г) $\sqrt{38}$.
7. Скалярное произведение векторов $\vec{a}$= (2, 1, 0) и $\vec{b}$ = (1, - 1, 2) равно …
   а) 3;
   б) - 1;
   в) 5;
   г) 1.
8. Геометрический смысл производной - это...
   а) угловой коэффициент касательной к графику функций;
   б) касательная;
   в) скорость изменения функций;
   г) дифференцирование.
9. Радиус сходимости некоторого степенного ряда равен R= 5, тогда интервал сходимости имеет вид:
   а) (5; 0)
   б) (–5; 5)
   в) (–5; 0)
   г) нет правильного ответа
10. Среднее выборочное вариационного ряда 1; 2; 3; 3; 7; 8 равно …
    а) 2.
    б) 4.
    в) 6.
    г) 3.

Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»

11. Сумма матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 9 & -5 \end{pmatrix}$ равна…

а) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -21 & 17 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -12 & 12 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 7{,}5 & -1{,}5 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$.

12. Определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$ равен…

а) 2;
б) - 26;
в) 26;
г) 7.

13. Площадь фигуры ограниченная линиями $y = 2x - x^2, y = 0$ равна…

а) $\frac{4}{3}$
б) $\frac{8}{3}$
в) $\frac{1}{2}$
г) $\frac{8}{5}$

14. Знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

а) сходится;
б) сходится абсолютно;
в) сходится равномерно;
г) сходится условно.

15. В ящике 50 деталей, среди них 5 окрашенных. Наудачу извлекается деталь. Вероятность вынуть на удачу окрашенную деталь равна…

а) 1/50;
б) 1/5;
в) 1/10;
г) 1/2.

1 семестр

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Вопросы для проверки уровня обученности «знать»

1. Произведением α·А матрицы А на число α называется матрица В, получающаяся из матрицы А…
   а) умножением всех ее элементов на α
   б) умножением элементов ее 1-й строки (столбца) на α
   в) умножением ее элементов, стоящих на главной диагонали, на α
   г) умножением элементов некоторой (некоторого) строки (столбца) на α

2. Умножение двух матриц определено только, если…
   а) число столбцов первой матрицы равно числу строк второй
   б) число строк первой матрицы равно числу столбцов второй
   в) матрицы имеют одинаковое число строк
   г) матрицы имеют одинаковое число столбцов

3. Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда…
   а) ранг матрицы системы больше ранга расширенной матрицы системы
   б) она имеет единственное решение
   в) она имеет бесконечное множество решений
   г) ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы

4. Системой линейных однородных уравнений называется система линейных уравнений…
   а) у которой все свободные члены не равны нулю одновременно
   б) у которой хотя бы один свободный член не равен нулю
   в) у которой все свободные члены равны нулю
   г) имеющая нулевое решение

5.Длина векторного произведения неколлинеарных векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и равна …

а) площади треугольника построенного на этих векторах;
б) объему параллелепипеда построенного на этих векторах;
в) площади параллелограмма построенного на этих векторах;
г) объему пирамиды, построенной на этих векторах.

Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»

5. Векторное произведение векторов $\vec{a} = \{2; 5; 7\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; 4\}$ равно…

а) $\{6; 1; -1\}$;
б) $\{-6; -1; -1\}$;
в) $\{6; -1; -1\}$;
г) $\sqrt{38}$.

6. Угол между векторами $\vec{a}$= (1, 0, 1) и $\vec{b}$ = (0, 1, 1) равен…

а) 30°;
б) 60°;
в) 90°;
г) 0°.

8. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ = (7, 6, - 6) и $\vec{b}$= (6, 2, 9), равна…

а) 11;
б) 121;
в) 80;
г) 242.

9. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}$ = (4, 3, 0), $\vec{b}$= (2, 1, 2), $\vec{c}$= (3, 2, 5), равен …

а) 72;
б) 8;
в) 24;
г) 2.

10. Скалярное произведение векторов $\vec{a}$= (2, 1, 0) и $\vec{b}$ = (1, - 1, 2) равно …

а) 3;
б) - 1;
в) 5;
г) 1.

Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»

11. Сумма матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 9 & -5 \end{pmatrix}$ равна…

b) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -21 & 17 \end{pmatrix}$;
б) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -12 & 12 \end{pmatrix}$;
в) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 7{,}5 & -1{,}5 \end{pmatrix}$;
г) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$.

12. Определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$ равен…

а) 2;
б) - 26;
в) 26;
г) 7.

13. Координаты центра и радиус окружности $x^2 - 10x + y^2 - 8y + 32 = 0;$ равны:

а) $(-5; -4), R = 9;$
б) $(0; 0), R = 3;$
в) $(5; 4), R = 3;$
г) $(5; 4), R = 4;$

14. Уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(-1;1;-3)$ параллельно вектору $\vec{s}(1;-3;4)$ имеет вид:

а) $\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+3}{4}$

б) $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-3}{4}$

в) $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z+4}{-3}$

г) $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-4}{-3}$

15. Решением системы $\begin{cases}2x_1+4x_3=6\\-x_1+2x_2+x_3=2\\x_1+x_2=2\end{cases}$ является…

а) (1, 1, 1)

б) (1, -1, 1)

в) (3, 0, 2)

г) (1, 0, 3)

2 семестр

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Вопросы для проверки уровня обученности «знать»

1. Функцией называется зависимость переменной Y от переменной X, при которой…
   а) каждому значению Y соответствует единственное значение X;
   б) каждому значению X соответствует единственное значение Y;
   в) каждому значению X соответствует единственное значение Y и обратно.
   г) нет правильного ответа.
2. Функцией называется монотонно возрастающей на данном числовом промежутке, если…
   а) большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции;
   б) большему значению аргумента соответствует большее значение функции;
   в) меньшему значению аргумента соответствует меньшее значение функции;
   г) нет правильного ответа.
3. Производной функции (когда приращение аргумента стремится к нулю) называется…
   а) отношение приращения функции к приращению аргумента;
   б) предел отношения приращения функции к приращению аргумента;
   в) отношение функции к пределу аргумента;
   г) отношение предела функции к аргументу.
4. Множество первообразных функции F(x)+C, где C-произвольная постоянная называется…
   а) неопределенным интегралом;
   б) семейством первообразных;
   в) несобственным интегралом
   г) площадью криволинейной трапеции
5. Площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми x=a, x=b,y=0 и частью графика функции y=f(x), взятой со знаком «+», если f(x)≥0, и со знаком «-», если f(x)≤0 численно равен…
   а) первообразной функции f(x);
   б) несобственному интегралу;
   в) определенному интегралу;
   г) неопределенному интегралу.

Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»

6. Геометрический смысл производной - это...
   а) угловой коэффициент касательной к графику функций;

б) касательная;

в) скорость изменения функций;

г) дифференцирование.

7. Функция z=f(x,y) называется непрерывной в точке M_0, если предел функции в этой точке существует и ….

а) равен значению функции в этой точке;

б) не равен значению функции в этой точке;

в) равен производной функции в этой точке;

г) равен нулю.

8. С помощью, какой формулы, в основном, решаются задания по нахождению определенного интеграла:

а) формулы Римана;

б) формулы Коши;

в) используя формулы преобразования интеграла;

г) формулы Ньютона – Лейбница.

9. Значение производной функции $y = ln(x^2 + 5)$ в точке $x = 1$ равно

а) 1; б) 1/3; в) 3; г) - 1/3.

10. Интеграл $\int_0^1 2x\,dx$ равен…

а)-1

б)$-3\frac{18}{7}$

в)$-\frac{18}{7}$

г) 1

Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»

1. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x^2-4x+7}{7x^2+12x}$ равно

а) $+\infty$; б) 7; в) $\frac{3}{7}$; г) $-\infty$.

12. Дана функция $y = \frac{3}{x-5}$. Точка $x = 5$ является

а) точкой экстремума; б) точкой устранимого разрыва;

в) точкой непрерывности; г) точкой разрыва II рода.

13. Функция $y = 2x - x^2$ достигает максимума при x, равном

а) 0; б) 2; в) - 1; г) 1.

14. Площадь фигуры ограниченная линиями $y = 2x - x^2, y = 0$ равна…

а) $\frac{4}{3}$

б) $\frac{8}{3}$

в) $\frac{1}{2}$

г) $\frac{8}{5}$

15. Значение интеграла $\int cos\frac{x}{2}dx$ равно

а) $-\frac{1}{2}sin\,x+C$; б) $\frac{1}{2}cos\,x+C$; в) $\frac{1}{2}sin\frac{x}{2}+C$; г) $2\,sin\frac{x}{2}+C$.

3 семестр

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Вопросы для проверки уровня обученности «знать»

1. Порядком дифференциального уравнения называется:

а) порядок наивысшей производной, входящей в уравнение;

б) порядок аргумента, входящего в уравнение;

в) порядок функции, входящей в уравнение;

г) нет правильного ответа.

2. Решением дифференциального уравнения называется…

а) всякая функция, которая при подстановке в уравнение обращает его в тождество;

б) всякая переменная, обращающая уравнение в тождество;

в) всякая постоянная, обращающая уравнение в тождество;

г) нет правильного ответа.

3. Уравнение вида $y' = f(x) \cdot g(y)$, где f(x) и g(y)- непрерывные функции, называется дифференциальным уравнение …

а) однородным;

б) линейным;

в) с разделяющими переменными;

г) высшего порядка.

4. Числовой ряд сходится, если предел его частичных сумм…

а) конечен

б) бесконечен

в) не существует

г) нет правильного ответа

5. Если предел n-го члена рядя равен нулю, то...

а) необходимое условие сходимости выполнено

б) необходимое условие сходимости не выполнено

в) возникает неопределенность

г) нет правильного ответа

Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»

6. Дифференциальным уравнением 2-го порядка является

а) $y^2 = \frac{x}{x+9}$; б) $y''' + 2y'' - 3y' + 1 = 2x$;

в) $y = 2x^2 - 7$; г) $x = \frac{\sqrt{x} \cdot y''}{x-1}$.

7. Дифференциальное уравнение $y'' - y' + y = (x+1) \cdot e^x$ является

а) уравнением с разделяющимися переменными;

б) линейным уравнением 1-го порядка;

в) линейным однородным уравнением 2-го порядка;

г) линейным неоднородным уравнением 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

7. Радиус сходимости некоторого степенного ряда равен R= 5, тогда интервал сходимости имеет вид:

а) (5; 0)

б) (–5; 5)

в) (–5; 0)

г) нет правильного ответа

8. Седьмой член ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (n+2)}{n^2-1}$ равен

а) 7; б) $\frac{21}{16}$; в) 1; г) 49.

9. При исследовании на сходимость для данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^n}$ необходимо воспользоваться признаком …

а) радикальным признаком Коши;

б) интегральным признаком Коши;

в) признаком Даламбера;

г) необходимым признаком сходимости.

Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»

10. Знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

а) сходится; б) сходится абсолютно;

в) сходится равномерно; г) сходится условно.

11. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{6^n x^n}{5^n}$ равен …

а) $\frac{6}{5}$

б) ∞

в) 1

г) $\frac{5}{6}$

12. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5n} x^{2n}$ равен …

а) $\frac{1}{2}$

б) 0

в) $\frac{2}{5}$

г) $\frac{5}{2}$

13. При исследовании сходимости данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ необходимо воспользоваться признаком...

а) радикальным признаком Коши;
б) интегральным признаком Коши;
в) признаком Даламбера;
г) признаком сравнения.

14. При исследовании сходимости данного ряда $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\cdot\ln n}$ необходимо воспользоваться признаком…

а) радикальным признаком Коши;
б) интегральным признаком Коши;
в) признаком Даламбера;
г) необходимым признаком сходимости.

4 семестр

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Вопросы для проверки уровня обученности «знать»

1. Если появление одного события исключает появление другого события в одном и том же испытании, то такие события называют..

а) достоверными;
б) совместными;
в) несовместными;
г) случайными.

2. Суммой событий А и В называют событие, которое происходит тогда и только тогда, когда происходит…

а) только событие А;
б) хотя бы одно из событий А и В;
в) только событие В;
г) не происходит ни одно из событий А и В.

3. Сумма вероятностей двух противоположных событий равна…

а) 0;
б) 0,5;
в) 1;
г) 0,6.

4. Вероятность случайного события равна …

а) 1
б) 0
в) 0,5
г) 0<P(A)<1

5. Сумма частот признака равна:

а) объему выборки n
б) среднему арифметическому значений признака
в) нулю
г) единице

Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»

6. Сколько можно составить четырехзначных чисел из цифр 5, 7, 8, 9 так, чтобы все цифры в изображении числа входили только один раз.

а) 24;
б) 12;
в) 48;
г) 32.

7. Слово «учебник» составлено из букв разрезной азбуки. Затем карточки с буквами перемешивают и из них извлекают по очереди 6 карточек. Найти вероятность того, что шесть карточек в порядке выхода составят слово «ученик».

а) 0,02;
б) $\frac{1}{A_7^6}$;
в) $\frac{6}{A_7^6}$;
г) $\frac{1}{7!}$.

8. Монета подбрасывается 10 раз. Какова вероятность того, что герб выпадет 4 раза?

а) 0,205
б) 1,5

в) 0,01

г) $\frac{98}{1711}$

9. Стоимость различных учебных пособий по математике в книжном магазине составила 56; 83; 77; 86; 35; 123 и 83 рубля. Объем данной выборки равен …

а) 4.

б) 5.

в) 6.

г) 7.

10. Среднее выборочное вариационного ряда 1; 2; 3; 3; 7; 8 равно …

а) 2.

б) 4.

в) 6.

г) 3.

Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»

11. Игральная кость бросается один раз. Вероятность того, что появится *не менее* 5 очков, равна..

а) 1/6;

б) 5/6;

в) 1/2;

г) 1/3.

2. В ящике 50 деталей, среди них 5 окрашенных. Наудачу извлекается деталь. Вероятность вынуть на удачу окрашенную деталь равна…

а) 1/50;

б) 1/5;

в) 1/10;

г) 1/2.

13. Прибор состоит из двух элементов, работающих независимо. Вероятность выхода из строя первого элемента при включении прибора – 0,05, второго – 0,08. Найти вероятность того, что при включении прибора оба элемента будут работать.

а) 0,826;

б) 0,871;

в) 0,928;

г) 0,874.

14. С первого станка на сборку поступает 40% деталей, остальные 60% - со второго. Вероятность появления бракованных деталей на первом и втором станке соответственно равна 0,01 и 0,04. Найти вероятность того, что наудачу поступившая на сборку деталь окажется бракованной.

а) 0,032;

б) 0,024;

в) 0,022;

г) 0,028.

15. В партии из 10 деталей имеется 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди 6 взятых наудачу деталей окажется 4 стандартных.

а) 0,5;

б) 0,7;

в) $\frac{3}{4}$;

г) $\frac{2}{3}$.

Приложение 5

Промежуточный контроль:

Вопросы к экзамену 1 семестр

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Вопросы для проверки уровня обученности «знать»

1. Дайте определение понятия матрицы размера $m \times n$.
2. Перечислите различные виды матриц.
3. Дайте определение понятия суммы двух матриц.
4. Дайте определение понятия произведения числа α на матрицу A.
5. Дайте определение понятия произведения матрицы A на матрицу B.
6. Дайте определение понятия минор элемента матрицы n-го порядка.
7. Дайте определение понятия алгебраического дополнения элемента матрицы n-го порядка.
8. Дайте определение понятия определителя и правила вычисления определителей второго, третьего порядков.
9. Перечислите свойства определителей.
10. Дайте определение скалярного произведения двух векторов.
11. Перечислите свойства скалярного произведения векторов.
12. Дайте определение векторного произведения двух векторов.
13. Перечислите свойства векторного произведения.
14. Дайте определение смешанного произведением трех векторов.
15. Перечислите свойства смешанного произведения трех векторов.

Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»

1. Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли – критерий существования решения системы линейных уравнений.
2. Сформулируйте правило Крамера для решения системы линейных уравнений.
3. Сформулируйте метод Гаусса для решения системы линейных уравнений.
4. Сформулируйте метод обратной матрицы для решения системы линейных уравнений.
5. Запишите общее уравнение прямой на плоскости. Перечислите различные виды уравнения на плоскости.
6. Как найти угол между прямыми на плоскости?
7. Запишите условие параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.
8. Запишите каноническое уравнение эллипса, гиперболы и параболы, и укажите геометрический смысл входящих в них параметров.
9. Запишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно вектору $\bar{n} = (A, B, C)$.
10. С помощью какой формулы можно найти угол между плоскостями?
11. Запишите условие параллельности и перпендикулярности плоскостей $A_1x + B_1y + C_1x + D_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.
12. Запишите канонические уравнения прямой в пространстве и укажите геометрический смысл входящих в них параметров.
13. Запишите уравнение прямой в пространстве, проходящей через две данные точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$.
14. Запишите условие параллельности и условие перпендикулярности прямых в пространстве, заданных в каноническом виде.
15. Запишите условие параллельности и условие перпендикулярности прямой и плоскости.

Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»

1. Вычислить произведение матриц A*B: $A = \begin{pmatrix} 36 \\ 71 \\ 52 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$.
2. Вычислить определитель: $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ 1 & 1 & 8 \end{vmatrix}$.
3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ и $\vec{в} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$.
4. Найти смешанное произведение векторов $\vec{a} = \{1; -1; 1\}$, $\vec{в} = \{1; 1; 1\}$, $\vec{c} = \{2; 3; 4\}$.
5. Вычислить площадь треугольника с вершинами A (7;3;4), B (1;0;6) и C (4;5;-2).
6. Найти объём треугольной пирамиды с вершинами A (0;0;1), B (2;3;5), C (6;2;3) и D (3;7;2).
7. Установить, компланарны ли векторы $\vec{a}, \vec{в}, \vec{c}$, если $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$, $\vec{в} = \{1; -1; 3\}$, $\vec{c} = \{1; 9; -11\}$.
8. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку M_0 (2;1;-1) и нормальный вектор $\vec{n}(1, -2, 3)$.
9. Найти угол между плоскостями $x - 2y + 2z - 8 = 0$ и $x + z - 6 = 0$.

10. Даны точки $M_1(0,-1,3)$ и $M_2(1,3,5)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 и перпендикулярной к вектору $\overline{M_1M_2}$.
11. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x-y-1=0$ и $3x-y+4=0$ параллельно прямой $4x+2y-13=0$.
12. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки M_1 (1;-1;2), M_2 (2;1;2), M_3 (1;1;4).
13. Найти угол между прямой и плоскостью:
$\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{1}$ и x+y+2z-4=0
14. Найти уравнение перпендикуляра к плоскости $x-2y+z-9=0$, проходящего через точку A (-2; 0; -1).
15. Найти угол между прямыми: $\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{3}$ и $\frac{x-1}{2}=\frac{y-4}{3}=\frac{z+2}{1}$

Вопросы к экзамену 2 семестр

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Вопросы для проверки уровня обученности «знать»

1. Дайте определение понятия функция.
2. Перечислите основные свойства функции.
3. Дайте определение предела числовой последовательности.
4. Дайте определение предела функции в точке.
5. Определите понятие предела функции на бесконечности.
6. Приведите классификацию точек разрыва функции.
7. Дайте определение производной функции одной независимой переменной.
8. Дайте определение функции двух переменных и ее области определения.
9. Дайте определение частных производных функции двух переменных.
10. Дайте определение первообразной.
11. Дайте определение неопределенного интеграла.
12. Перечислите основные свойства неопределённого интеграла.
13. Дайте определение определённого интеграла, укажите его геометрический смысл.
14. Дайте определение несобственного интеграла I рода.
15. Дайте определение несобственного интеграла II рода.

Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»

1. Сформулируйте определения односторонних пределов.
2. Сформулируйте первый замечательный предел; второй замечательный предел.
3. Сформулируйте понятие непрерывности функции в точке.
4. Сформулируйте определение дифференциала.
5. Сформулируйте достаточное условие существования экстремума функции, связанное с производной первого порядка.
6. Сформулируйте достаточное условие существования экстремума функции, связанное с производной второго порядка.
7. Сформулируйте определение градиента функции.
8. Определите и укажите правила нахождения производных и дифференциалов высших порядков для функции одной независимой переменной.
9. Сформулируйте определение неопределенного интеграла.
10. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
11. Укажите правило применения замены переменной в определенном интеграле.
12. Выпишите формулу интегрирования по частям для определенного интеграла.
13. Приведите формулу для объёмов тел вращений вокруг оси Ох, вокруг оси Оу.
14. Сформулируйте признаки сходимости несобственного интеграла I рода.
15. Сформулируйте признаки сходимости несобственного интеграла II рода.

Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»

1. Вычислить предел функции $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x^6-5x^3+2}{8x-x^6+4}$
2. Вычислить предел функции $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^2-5x+6}{7x-6-2x^2}$
3. Пользуясь правилом Лопиталя, вычислить предел $\lim\limits_{x\to4}\frac{x^2-16}{x^2-3x-4}$
4. Вычислить производную функции $y=\frac{x}{e^x}$
5. Вычислить производную функции y=ln(5-x)

6. Вычислить производную $y = (\text{arctg}\, x + 7)^3$
7. Найти экстремумы функции $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3.$
8. Найти точки перегиба функции $y = x^4 - 6x^2 + 5$
9. Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$.
10. Вычислить интеграл: $\int Cos4xdx$
11. Вычислить интеграл: $\int x\, ln\, x\, dx$
12. Вычислить интеграл по формуле Ньютона-Лейбница $\int_0^1 (x + x^3)dx$
13. Вычислить интеграл используя замену переменной $\int_4^7 \sqrt{x-3}\, dx$
14. . Вычислить площади фигур, ограниченных линиями $y = x^2, y = \sqrt{x}$
15. Вычислить несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования или установить его расходимость $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4}$;

Вопросы к экзамену 3 семестр

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Вопросы для проверки уровня обученности «знать»

1. Дайте определение дифференциального уравнения первого порядка.
2. Дайте определение общего и частного решений дифференциального уравнения первого порядка.
3. Дайте определение однородного дифференциальное уравнение первого порядка.
4. Дайте определение линейного дифференциального уравнения первого порядка.
5. Дайте определение дифференциального уравнения в полных дифференциалах.
6. Дайте определение дифференциального уравнения n-ого порядка.
7. Дайте определение общего и частного решений дифференциального уравнения n-ого порядка.
8. Дайте определение однородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.
9. Дайте определение неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.
10. Дайте определение числового ряда
11. Дайте определение знакочередующегося ряда.
12. Дайте определение функционального ряда.
13. Дайте определение степенного ряда.
14. Дайте определение ряда Фурье с периодом 2π.
15. Дайте определение ряда Фурье с периодом 2l.

Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»

1. Запишите общий вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
2. Запишите общий вид линейного дифференциального уравнения первого порядка.
3. Запишите уравнение Бернулли и укажите методы его решения.
4. Сформулируйте необходимое и достаточное условие того, чтобы уравнение P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0 было уравнением в полных дифференциалах.
5. Запишите общий вид характеристического уравнения.
6. Запишите общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения действительные и различные.
7. Запишите общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения равные.
8. Запишите общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения комплексные.
9. Сформулируйте необходимый признак сходимости числовых рядов.
10. Сформулируйте признак Даламбера сходимости числовых рядов.
11. Сформулируйте радикальный признак Коши сходимости числовых рядов.
12. Сформулируйте интегральный признак Коши сходимости числовых рядов.
13. Сформулируйте признак сравнения сходимости числовых рядов.
14. Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов.
15. Сформулируйте понятие абсолютной и условной сходимости знакопеременного ряда.

Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»

1. Найти общее решение уравнения: $xy' + 2y = 0$
2. Найти частные решения уравнений, удовлетворяющие указанным начальным условиям: $(2x + 1)dy + y^2 dx = 0,\ y_0 = 1$ при $x_0 = 4.$
3. Найдите решение дифференциального уравнения: $y' - \frac{3}{x}y = x$

4. Решить дифференциальное уравнение: $y'' + 4y' - 5y = 0$
5. Решить уравнение: $y'' + 4y' - 4y = 5Sin3x$
6. Решить дифференциальное уравнение: $y'' + 4y = 7e^{-4x}$.
7. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n n}{5^n}$
8. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n-2}{3n-1}$.
9. Определить, сходится ли знакочередующийся ряд, установить характер сходимости (абсолютная, условная):$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$
10. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$.
11. Исследовать ряд на сходимость: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$
12. Вычислить $\int_0^{\frac{1}{4}} e^{-x^2} dx$ с точностью до 0,001.
13.
14. Вычислить *sin1* с точностью до 0,001
15. Разложить в ряд Тейлора функцию $f(x) = e^{2x}$ по степеням $x-1$.
16. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{6^n x^n}{5^n + 3^n}$.

Вопросы к экзамену 4 семестр

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Вопросы для проверки уровня обученности «знать»

34. Дайте определения достоверного, невозможного и случайного событий.
35. Дайте определения совместного, несовместного и равновозможного событий.
36. Дайте определения понятий: «комбинаторика», «перестановки», «размещения», «сочетания».
37. Дайте определение понятий: случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины.
38. Дайте определение функции распределения случайной величины.
39. Дайте определение плотности вероятностей непрерывной случайной величины.
40. Дайте определения генеральной и выборочной совокупности.
41. Дайте определения выборочной средней, выборочной дисперсии, выборочного среднеквадратического отклонения.
42. Дайте определение точечной оценки параметров распределения случайной величины и сформулируйте требования, предъявляемые к точечным оценкам.
43. Дайте определения доверительного интервала, доверительной вероятности, укажите точность оценки.
44. Дайте определение статистической гипотезы, основной и альтернативной гипотез.
45. Дайте определения ошибок первого и второго рода, критической области.
46. Дайте определение эмпирической функцией распределения.
47. Дайте определение полигона и гистограммы.
48. Дайте определения мощности критерия.

Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»

1. Сформулируйте классическое определение вероятности.
2. Перечислите свойства вероятности.
3. Сформулируйте теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий.
4. Сформулируйте и запишите теоремы умножения вероятностей зависимых и независимых случайных событий.
5. Запишите формулу полной вероятности.
6. Запишите формулы Байеса.
7. Запишите формулу Бернулли.
8. Перечислите основные законы распределения дискретной величины и условия их использования.
9. Запишите формулы для вычисления числовых характеристик дискретной случайной величины.
10. Запишите формулы для вычисления числовых характеристик непрерывной случайной величины.
11. Укажите основные свойства математического ожидания и дисперсии.
12. Укажите основные законы распределения непрерывных случайных величин и их вид.
13. Укажите правило построения доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии.
14. Сформулируйте основные задачи математической статистики.
15. Перечислите основные этапы проверки статистических гипотез.

Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»

1. Из букв Н, М, И, Я, Л, О разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекаются 6 букв и складываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «МОЛНИЯ»?

2. В урне содержится 10 черных и 4 белых шара. Наудачу извлекаются 2 шара из урны. Какова вероятность того, что оба извлеченных шара – белые?
3. Устройство содержит 2 независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов соответственно равны 0,07 и 0,09. Найти вероятность отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.
4. Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна p=0,8. Найти вероятность того, что событие появится не менее 70 раз и не более 80 раз.
5. На станциях отправления поездов находится 1000 автоматов для продажи билетов. Вероятность выхода из строя одного автомата в течение часа равна 0,004. Какова вероятность того, что в течение часа из строя выйдут 2 автомата.
6. Всхожесть семян огурцов равна 0,7. Какова вероятность того, что из 5 посеянных семян взойдут три.
7. Стрелок стреляет в цель до первого промаха. Вероятность того, что при выстреле он попадет в цель равна 0,8. Какова вероятность того, что он выстрелит не более трех раз?
8. Найти M(X), D(X), σ(X) дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

x_i	-1	2	5
p_i	0,25	0,4	0,35

9. Для определения средней урожайности поля площадью 1800 га взяли на выборку по 1 м^2 с каждого гектара. Известно, что по каждому гектару поля дисперсия не превышает 6. Оценить вероятность того, что отклонение средней выборочной урожайности отличается от средней урожайности по всему полю не более чем на 0,25 ц.
10. Измерение роста группы школьников дало следующие результаты (в см.) 141, 140, 143, 142, 140, 144, 142, 149, 143, 141. Построить статистическое распределение выборки. Определить средний рост данной группы школьников и выборочную дисперсию.

11. .В итоге 5 измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены результаты (в мм): 92, 94, 103, 105, 106. Найти а) выборочную среднюю длины стержня, б) выборочную дисперсию, в) исправленную дисперсию ошибок прибора.
12. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания с надежностью 0,95, если объем выборки n =16, среднее выборочное и исправленная дисперсия соответственно равны 20,2 и 0,8.
13. По выборке объема n = 25 найдено "исправленное" среднее квадратическое отклонение s = 0,8. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью 0,95.
14. Выборка из большой партии электроламп содержит 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампы выборки оказалось равной 1000ч. Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для средней продолжительности **а** горения лампы всей партии, если продолжительность горения лампы σ =40ч.
15. В пяти независимых испытаниях событие А произошло 3 раза. Найти с надежностью 0,95 интервальную оценку для вероятности события А в единичном испытании.

Ключи
1 семестр

Вопросы для проверки уровня обученности «знать»

1. Матрицей называется прямоугольная таблица, состоящая из m строк и n столбцов выражений, называемых элементами матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ . & . & \dots & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$A = (a_{ij}), где i = 1,2,3,\dots,m -$ *номерстроки,*
$j = 1,2,3,\dots,n -$ *номерстолбца*

2. Виды матриц

$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$- единичная матрица;

$0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ - нулевая матрица;

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$- квадратная матрица

$D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$- диагональная матрица

$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ - матрица-столбец;

$C = (1 \quad 5 \quad 6 \quad 7)$ - матрица-строка.

3. Суммой матриц A+B называют такую матрицу C, для которой $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$. Складывать можно матрицы одинаковой размерности.

4. Произведением матрицы A на действительное число α называют такую матрицу $C = \alpha \cdot A$, для которой $c_{ij} = \alpha \cdot a_{ij}$.

5. Произведением матрицы $A = (a_{ij})_{m \times n}$ на матрицу $B = (b_{ij})_{m \times k}$ называется матрица $C = (c_{ij})_{m \times k}$ элементы которой $C_{ij} = \sum_{s=1}^{n} a_{is} b_{sj}$; $\left(i = \overline{1,m}; j = \overline{1,k}\right)$,

то есть элемент матрицы C, стоящий на пересечении i-ой строки и j-го столбца равен сумме произведений элементов i-ой строки матрицы A на соответствующие элементы j-го столбца матрицы B.

Необходимым условием существования произведения матриц является: количество столбцов матрицы A должно быть равно количеству строк матрицы B.

6. Минором M_{ij} элемента a_{ij} матрицы A называется определитель, соответствующий матрице, полученной после вычеркивания i-ой строки и j-го столбца в матрице A.

Например, $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

$M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$; $M_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$.

7. Алгебраическим дополнением A_{ij} элемента a_{ij} , матрицы A называется минор этого элемента, вычисленный по формуле $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$

Например,

$A_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$; $A_{12} = -\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$.

8. Назовем определителем второго порядка некоторое число **Δ**, соответствующее квадратной матрицы второго порядка и вычисляемое по правилу:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{a_1} & \boldsymbol{b_1} \\ \boldsymbol{a_2} & \boldsymbol{b_2} \end{pmatrix}; \qquad \boldsymbol{\Delta} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{a_1} & \boldsymbol{b_1} \\ \boldsymbol{a_2} & \boldsymbol{b_2} \end{vmatrix} = \boldsymbol{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

Назовем определителем третьего порядка некоторое число **Δ**, соответствующее квадратной матрицы третьего порядка и вычисляемое по правилу:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Определитель произвольного порядка равен сумме произведений элементов любой его строки (или столбца) на их алгебраические дополнения.

9. Свойства определителей:

1. Определитель не изменится, если строки заменить столбцами, а столбцы строками.
2. Общий множитель элементов любой строки (столбца) можно вынести за знак определителя.
3. Если элементы одной строки (столбца) определителя соответственно равны элементам другой строки (столбца), то определитель равен нулю.
4. Если все элементы некоторой строки (столбца) равны нулю, то определитель равен нулю.
5. При перестановке двух строк (столбцов) определитель меняет знак на противоположный.
6. Определитель не изменится, если к элементам одной строки (столбца), прибавить соответственные элементы другой строки (столбца) умноженные на одно и то же число.
7. Алгебраическая сумма произведений элементов некоторой строки (столбца) на алгебраические дополнения элементов другой строки (столбца) равна нулю.

10. Скалярным произведением векторов называется число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.

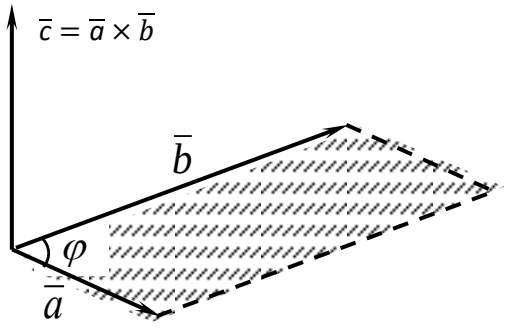
$$\overline{a} \cdot \overline{b} = |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \cdot cos\,\phi$$

$\overline{a} \cdot \overline{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$ - в координатной форме

11. Свойства скалярного произведения:

1) $\overline{a} \cdot \overline{a} = a^2$ ($\overline{a}^2 = a^2$)
2) $\overline{a} \cdot \overline{b} = 0$ если $\overline{a} = 0$, $\overline{b} = 0$, $\overline{a} = \overline{b} = 0$ или $\overline{a} \perp \overline{b}$ ($\varphi = \pi / 2$)
3) $\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{b} \cdot \overline{a}$ (переместительный закон)
4) $\overline{a}(\overline{b} + \overline{c}) = \overline{a}\,\overline{b} + \overline{a}\,\overline{c}$ (распределительный закон)
5) $(\lambda\,\overline{a})\,\overline{b} = \overline{a}(\lambda\,\overline{b}) = \lambda(\overline{a}\,\overline{b})$ (сочетательный закон по отношению к скалярному множителю).

12. Векторным произведением вектора $\overline{\mathbf{a}}$ на вектор $\overline{\mathbf{b}}$ называется вектор $\overline{\mathbf{c}} = \overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}}$, определяемый следующим образом:



1) $|\,\overline{\mathbf{c}}\,| = \mathbf{c} = \mathbf{ab}\,\sin\boldsymbol{\varphi}$ (площади параллелограмма, построенного на $\overline{\mathbf{a}}$ и $\overline{\mathbf{b}}$; $\boldsymbol{\varphi}$ – угол между векторами)
2) $\mathbf{c}$ перпендикулярен $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$
3) векторы $\overline{\mathbf{a}}, \overline{\mathbf{b}}, \overline{\mathbf{c}}$ после приведения к общему началу образуют правую тройку векторов.

13. Свойства векторного произведения.

1) $\overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}} = -\,\overline{\mathbf{b}} \times \overline{\mathbf{a}}$ (векторное произведение не обладает переместительным свойством).
2) $\overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}} = \mathbf{0}$ если $\overline{\mathbf{a}} = \mathbf{0}$, $\overline{\mathbf{b}} = \mathbf{0}$ или $\overline{\mathbf{a}} \parallel \overline{\mathbf{b}}$ $(\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0})$
3) $(\mathbf{m}\,\overline{\mathbf{a}}) \times \overline{\mathbf{b}} = \overline{\mathbf{a}} \times (\mathbf{m}\,\overline{\mathbf{b}}) = \mathbf{m}\,\overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}}$ (сочетательное свойство по отношению к скалярному множителю)
4) $\overline{\mathbf{a}} \times (\overline{\mathbf{b}} + \overline{\mathbf{c}}) = \overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}} + \overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{c}}$ (распределительное свойство)

Векторное произведение векторов $\overline{\mathbf{a}}$ и $\overline{\mathbf{b}}$, заданных в разложении по декартову базису, удобнее всего вычислять по формуле

$$\bar{a} \times \bar{b} = \begin{vmatrix} \bar{\imath} & \bar{\jmath} & \bar{\kappa} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

14. Смешанным произведением векторов $\overline{\mathbf{a}}, \overline{\mathbf{b}}, \overline{\mathbf{c}}$ называют скалярное произведение вектора $\overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}}$ на вектор $\overline{\mathbf{c}}$, т.е. $\overline{\mathbf{a}}\,\overline{\mathbf{b}}\,\overline{\mathbf{c}} = (\overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}})\,\overline{\mathbf{c}}$

15. Свойства смешанного произведения:

1) смешанное произведение равно нулю, если: хоть один из перемножаемых векторов равен нулю; два из перемножаемых векторов коллинеарны; перемножаемые векторы компланарны.
2) смешанное произведение не изменится, если знаки векторного и скалярного произведения поменять местами, т.е $(\bar{a} \times \bar{b})\,\bar{c} = \bar{a}\,(\bar{b} \times \bar{c})$.
3) смешанное произведение не меняется, если перемножаемые векторы переставлять в круговом порядке: $\bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c} = \bar{b}\,\bar{c}\,\bar{a} = \bar{c}\,\bar{a}\,\bar{b}$
4) при перестановке двух любых векторов смешанное произведение меняет знак: $\bar{b}\,\bar{a}\,\bar{c} = -\,\bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}$; $\bar{c}\,\bar{b}\,\bar{a} = -\,\bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}$; $\bar{a}\,\bar{c}\,\bar{b} = -\,\bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}$

Если векторы заданы своими координатами, то: $\bar{a}\bar{b}\bar{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$

Условие компланарности векторов принимает вид: $\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 0$

Объемы призмы V_1 и пирамиды V_2 построенных на $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ определятся так: $V_1 = |\,\bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}\,|$ и $V_2 = 1/6\,|\,\bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}\,|$.

Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»

1. Для совместности системы уравнений необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы системы был равен рангу ее расширенной матрицы. $r(A) = r(A_1) = r$

Если ранг совместной системы равен числу неизвестных (r = n) – система определенная. Если ранг совместной системы меньше числа неизвестных, то система – неопределенная (имеет бесконечное множество решений).

2. Рассмотрим систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

Составим из коэффициентов при неизвестных и свободных членов три определителя

$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ $\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$ и $\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$

Правило Крамера решения системы линейных уравнений заключается в использовании соотношений $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$; $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$ Отметим, что использовать их можно при $\Delta \neq 0$. Это тот случай, когда система определена и совместна (т.е. имеет единственное решение). Если $\Delta = 0$, а хотя бы один из определителей Δ_x, Δ_y отличен от нуля ($(\Delta x)2+(\Delta y)2 \neq 0$), то система несовместна (т.е. не имеет решений), а если $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0$, то система неопределена и имеет бесконечное множество решений.

Аналогично правило Крамера формулируется и для системы из трех (или n) линейных уравнений с тремя (или n) неизвестными.

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = d_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = d_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = d_3 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, z = \frac{\Delta_z}{\Delta} \qquad \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

3. Использование определителей при большом числе уравнений (неизвестных) приводит к большим по объему вычислениям. Существенные преимущества дает метод Гаусса, заключающийся в последовательном исключении неизвестных, позволяющем привести систему к так называемому ступенчатому виду.

Процесс нахождения коэффициентов ступенчатой (треугольной) системы называется обычно прямым ходом, а процесс нахождения значений неизвестных – обратным ходом.

Можно (и целесообразно) приводить к ступенчатому виду не саму систему уравнений, а расширенную матрицу системы с контрольным столбцом.

4. $$\begin{cases} \boldsymbol{a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1} \\ \boldsymbol{a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2} \\ \boldsymbol{a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3} \end{cases}$$

Систему уравнений можно представить в матричной форме $\mathbf{AX = B}$, где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

Если $\mathbf{\Delta A \neq 0}$, то решение системы запишется в виде $\mathbf{X = A^{-1}B}$ т.е. для нахождения матрицы – столбца неизвестных надо умножить обратную матрицу системы на матрицу-столбец свободных членов.

5. Всякое уравнение первой степени (линейное) относительно x и y вида $Ax + By + C = 0$,

(A, B, C – постоянные величины, причем $A^2 + B^2 \neq 0$) определяет на плоскости некоторую прямую и называется общим уравнением прямой.

Уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ под заданным углом α к оси **Ox** (с заданным угловым коэффициентом $к = tg\alpha$) примет вид

$$y - y_0 = к\,(x - x_0),$$

а уравнение прямой, проходящей через заданные точки $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$.

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

6. Острый угол между прямыми $y = к_1x + b_1$, $y = к_2x + b_2$, определится по формуле: $tg\phi = \left|\frac{к_1 - к_2}{1 + к_1к_2}\right|$

7. Условие параллельности $к_1 = к_2$ и перпендикулярности $к_2 = -1 / к_1$ прямых.

8. Если фокусы эллипса размещаются на оси **Ox** симметрично началу координат в точках $F_1(c, 0)$ и $F_2(-c, 0)$, то уравнение эллипса примет простейшую (каноническую) форму: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

где **a** и **b** – большая и малая полуоси эллипса, причем **a, b, c** связаны соотношением $a^2 = b^2 + c^2$.

Если фокусы гиперболы расположены на оси Ox симметрично началу координат в точках $F_1(c, 0)$ и $F_2(–c, 0)$, уравнение гиперболы примет каноническую форму

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ причем $b^2 = c^2 – a^2$.

a и b называют действительной и мнимой полуосями гиперболы.

9. Парабола. Параболой называется геометрическое место точек, равноудаленных от данной точки, называемой фокусом, и данной прямой, называемой директрисой.

Если фокус параболы в точке F(p/2, 0), а уравнение директрисы $x = –p / 2$, то уравнение параболы примет вид $y^2 = 2px$

10. Рассмотрим произвольную плоскость **P** и вектор нормали (перпендикулярный) к ней $\bar{n}$ **(A, B, C)**. Возьмем в этой плоскости произвольную фиксированную точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ и текущую точку **M(x, y, z)**. Очевидно, что $\overline{M_0M} \cdot \bar{n} = 0$.

$A(x – x_0) + B(y – y_0) + C(z – z_0) = 0 \Rightarrow Ax + By + Cz + D = 0$.

$(D = –Ax_0 – By_0 – Cz_0;\ A^2 + B^2 + C^2 \neq 0)$.

В декартовых координатах каждая плоскость определяется уравнением первой степени и, обратно, каждое уравнение первой степени определяет плоскость.

11. Условие перпендикулярности $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

и параллельности $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$плоскостей и их нормалей.

12. Поставим задачу – провести через точку $M_0(x_0,y_0,z_0)$ прямую, параллельную вектору $\bar{S}$ **(l, m, n)** (его называют направляющим). Возьмем на искомой прямой произвольную точку **M(x,y,z)**. Векторы $\overline{M_0M}$ и $\bar{S}$ должны быть коллинеарны, откуда получаем канонические уравнения прямой.

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$

13. Уравнение прямой, проходящей через заданные точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$ будет иметь вид:

$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$

14. Условие параллельности $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$, перпендикулярности $l_1l_2 + m_1m_2 + n_1n_2 = 0$ прямых.

15. Условие параллельности $Al + Bm + Cn = 0$ и перпендикулярности $\frac{A}{l} = \frac{B}{m} = \frac{C}{n}$прямой и плоскости.

Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»

1. $AB = \begin{pmatrix} 54 & 66 \\ 22 & 37 \\ 26 & 38 \end{pmatrix}$
2. -36
3. 49
4. 4
5. 24,5
6. 20
7. Компланарны
8. $x - 2y + 3z + 3 = 0$
9. 45^0
10. $x + 4y + 2z - 2 = 0$
11. 2x+y+21=0
12. 4x-2y+2z-10=0
13. $\alpha = arcsin(5/6)$
14. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$
15. $\alpha = arccos\frac{1}{\sqrt{77}}$

Ключи

2 семестр

Вопросы для проверки уровня обученности «знать»

1. Если каждому значению переменной **x**, принадлежащему некоторой области, по определенному правилу ставится в соответствие значение другой переменной **y**, то говорят, что **y** есть функция от **x** (символическая запись: **y = f(x)** или **y = y(x)** и т.п.); **x** называют независимой переменной (аргументом). Совокупность значений **x** называют областью определения (существования), а совокупность значений **y** – областью изменения функции.

2. Четность и нечетность. Функция y = f(x) называется четной, если для любых значений x из области определения f (- x) = f (x) и нечетной, если f (-x) = - f(x). В противном случае функция y = f(x) называется функцией общего вида.

Монотонность. Пусть функция y = f (x) определена на множестве D, если для любых значений аргумента x_1, $x_2 \in$ (a; b) таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство

f (x1) < f (x2) то функция называется возрастающей,

f (x1) ≤ f (x2), то функция называется неубывающей,

f (x1) > f (x2), то функция называется убывающей,

f (x1) ≥ f (x2), то функция называется невозрастающей.

Ограниченность. Функция называется ограниченной на промежутке X, если существует такое положительное число M > 0, что $|f(x)| < M$ любого $x \in X$.

Периодичность. Функция y = f(x) называется периодической, если существует положительное число T такое, что f(x + T) = f(x). Наименьшее число с таким свойством называется периодом функции.

3. Число a называют пределом переменной x, если для всякого сколь угодно малого положительного ε можно указать такое значение x, начиная с которого все последующие значения будут удовлетворять неравенству |x –a|<ε. В этом случае говорят, что x стремится к a (символически $x \to a$ или lim x = a).

4. Пусть функция y = f(x) определена в некоторой окрестности точки a. Число b называют пределом функции f(x) при $x \to a$, если для любого сколь угодно малого ε > 0 найдется такое δ > 0, что |f(x) – b| < ε при |x – a| < δ, (т.е. если для y = f(x) при любом малом ε можно найти такое δ, что из неравенства a – δ < x < a + δ следует неравенство b – ε < y < b + ε. Символическая запись $\lim\limits_{x\to a} f(x) = b$.

5. Функция f(x) стремится к бесконечности при $x \to a$, (является бесконечно большой при $x \to a$) если для всякого M > 0, как бы велико оно ни было, можно найти такое δ > 0, что для всех $x \neq a$ и удовлетворяющих условию |x – a| < δ имеет место |f(x)| > M, т.е. $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$ (При этом возможно, как $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$, так и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$).

6. Точка внутри или на границе области определения, в которой нарушается условие непрерывности, называется точкой разрыва. Если существуют конечные пределы $\lim\limits_{x\to a-0} f(x) = b_1$ и $\lim\limits_{x\to a+0} f(x) = b_2$, причем не все три числа b_1, b_2 и f(a) равны между собой, точка a называется точкой разрыва первого рода. Эти точки подразделяются на точки скачка, когда $b_1 \neq b_2$ (скачок равен $b_2 - b_1$) и точки устранимого разрыва, когда $b_1 = b_2$. Точки разрыва, не являющиеся точками разрыва первого рода, называются точками разрыва второго рода. В этих точках не существует хотя бы один из односторонних пределов (Пример – "бесконечный" разрыв: $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$).

7. Рассмотрим функцию y = f(x) определенную на некотором интервале. Дадим аргументу x приращение Δx. Новому значению аргумента x + Δx будет, в общем случае, соответствовать новое значение функции f (x + Δx), т.е. функция также получит некоторое приращение Δy = f (x + Δx) – f (x). Составим отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$.

Если $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ существует, то его называют производной данной функции и обозначают y` (или f `(x) или dy/dx).

Иногда используют обозначение $y`_x$ – индекс показывает, по какому аргументу берется производная.

$y` = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ или $y` = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

8. Если каждой паре значений независимых друг от друга переменных величин **x** и **y** из некоторой области **D** соответствует определенное значение величины **z**, говорят, что **z** есть функция независимых переменных **x** и **y**, определенная в области **D**. Символическая запись: **z = f(x, y), φ(x, y)** и т.д.

Областью определения **D** функции называют совокупность значений **x** и **y**, при которых функция **z = f(x, y)** существует**.** Геометрически это некая совокупность точек плоскости **xOy**, в простейшем случае часть ее, ограниченная замкнутой кривой (точки этой линии могут принадлежать (*замкнутая*), или не принадлежать (*открытая*) области определения). Геометрическое представление функции **z = f(x, y)** – поверхность в трехмерном пространстве.

9. *Частной производной* по **x** от функции **z = f(x, y)** называется предел отношения частного приращения $\Delta_x z$ к приращению **Δx** при **Δx → 0**, т.е. $z`_x = f`_x(x,y) = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta_x z}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{f(x+\Delta x,y)-f(x,y)}{\Delta x}$

Аналогично определяется частная производная по **y**:

$$z`_y = f`_y(x,y) = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{\Delta y\to 0} \frac{\Delta_y z}{\Delta y} = \lim_{\Delta y\to 0} \frac{f(x,y+\Delta y)-f(x,y)}{\Delta y}$$

10. Функция F(x) называется первообразной функции f(x) на отрезке [a, b], если во всех точках этого отрезка выполняется равенство F`(x) = f(x).

11. Если функция **F(x)** – первообразная функции **f(x)**, то выражение **F(x) + C** называется *неопределенным интегралом* от функции **f(x)** и обозначается

∫ f(x)dx = F(x) + C

Где **f(x)** – подинтегральная функция, **f(x)dx** – подинтегральное выражение, ∫ – знак интеграла.

Неопределенный интеграл представляет собой *семейство функций*, геометрически – семейство кривых, каждая из которых получается сдвигом одной из кривых вдоль оси **Oy**.

*Если функция **f(x)** непрерывна на отрезке **[a, b]**, то для этой функции существует первообразная (и неопределенный интеграл).* (Теорема существования).

Нахождение первообразной функции **f(x)** называется *интегрированием* ее.

12. Производная от неопределенного интеграла равна подинтегральной функции, т.е. если F`(x) = f(x), то и (∫f(x)dx)` = f(x)

Дифференциал от неопределенного интеграла равен подинтегральному выражению, т.е. d(∫f(x)dx) = f(x)dx

Неопределенный интеграл от дифференциала некоторой функции равен этой функции плюс произвольная постоянная ∫F(x) dx = F(x) + C

Неопределенный интеграл от алгебраической суммы нескольких функций равен сумме интегралов от них: ∫[f_1(x) + f_2(x)]dx = ∫f_1(x)dx + ∫f_2(x)dx

Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла, т.е. если a = const, то ∫af(x)dx = a∫f(x)dx

-Если ∫f(x)dx = F(x) + C и u = φ(x), то ∫f(u)du = F(u) + C

13. Пусть функция $f(x)$ определена на отрезке $[a,b]$. Разобьем отрезок $[a,b]$ на части точками $a = x_0 < x_1 < x_2 <...< x_{n-1} < x_n = b$. Положим $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i, \Delta = max\, \Delta\, x_i$, ς_i — произвольно выбранные точки из $[x_i, x_{i+1}]$. Определенным интегралом (Римана) функции $f(x)$ на $[a,b]$ называется число $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\Delta\to 0} \sum_{i=0}^{n-1} f(\varsigma_i)\Delta x_i$. Функции $f(x)$, для которых предел в правой части равенства существует независимо от выбора точек ς_i и разбиения, называются интегрируемыми на $[a,b]$, а числа a и b называются соответственно верхним и нижним пределами интегрирования.

Определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$ для непрерывной функции $f(x) \geq 0$ геометрически представляет собой площадь криволинейной трапеции, ограниченной кривой $y = f(x)$, осью OX и двумя линиями $x = a, x = b$ $(a < b)$.

14. Интегралы с бесконечными пределами. Пусть функция $f(x)$ определена и непрерывна при всех $x \in [a, +\infty)$ и, следовательно, интегрируема на каждом конечном отрезке $[a, b]$. Тогда по определению полагают: $\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b\to+\infty} \int_a^b f(x)dx$. Говорят, что несобственный интеграл $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ существует или сходится, если существует конечный предел, указанный в определении. Если же $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ при $b \to +\infty$ не имеет конечного предела, то говорят, что несобственный интеграл не существует или расходится. Аналогично определяются несобственные:

$\int_{-\infty}^b f(x)dx = \lim_{a\to-\infty} \int_a^b f(x)dx$, $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^c f(x) + \int_c^{+\infty} f(x)dx$.

15. Обозначим интервал интегрирования [a,b], оба этих числа ниже полагаются конечными. Если имеется всего 1 разрыв, он может находиться или в точке a, или в точке b, или внутри интервала (a, b). Рассмотрим сначала случай, когда разрыв второго рода имеется в точке a, а в остальных точках подинтегральная функция непрерывна. Итак, мы обсуждаем интеграл

$$I = \int_a^b f(x)dx = \int_{a+\varepsilon}^b f(x)dx$$

Причем f(x)→∞, когда x→a+0. Как и ранее, прежде всего следует придать смысл этому выражению.

Определение. Пусть существует конечный предел

$\lim_{\varepsilon\to+0} \int_{a+\varepsilon}^b f(x)dx,$

Тогда говорят, что несобственный интеграл второго рода сходится, саму функцию f(x) называют интегрируемой на интервале [a,b].

Аналогично определяется интеграл, когда b является точкой разрыва второго рода:

$$I = \int_a^b f(x)dx = \int_a^{b-\varepsilon} f(x)dx = \lim_{\varepsilon\to+0} \int_a^{b-\varepsilon} f(x)dx$$

Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»

1. Если x < a и x → a, то пишут x → a – 0; если x > a и x → a – пишут x → a + 0. Числа $b_1 = \lim_{x\to a-0} f(x)$ и $b_2 = \lim_{x\to a+0} f(x)$ называют левым и правым пределом функции f(x) в точке a.

2. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$- первый замечательный предел

$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x = e$ - второй замечательный предел

3. Функцию **y = f(x)** называют непрерывной в точке **a** если:

1.Эта функция определена в некоторой окрестности точки **a** и в самой точке;

2.Существует предел функции $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ и он равен значению функции в этой точке, т.е. $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$. Можно предложить и иное определение. Пусть аргумент x_0 получит приращение Δx и примет значение $x = x_0 + \Delta x$. В общем случае функция также получит некоторое приращение $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

Функцию **f(x)** называют непрерывной в точке x_0, если она определена в этой точке и некоторой окрестности ее и если бесконечно малому приращению аргумента соответствует бесконечно малое приращение функции, т.е.

$\lim\limits_{\Delta x\to 0} \Delta y = 0$ или $\lim\limits_{\Delta x\to 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] = 0$

4. Если функция y = f(x) дифференцируема на некотором отрезке, то производная $y` = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f`(x)$ принимает определенные значения. Отношение $\Delta y/\Delta x$ при $\Delta x \to 0$ можно представить в виде $\frac{\Delta y}{\Delta x} = f`(x) + \alpha$, где $\alpha \to 0$ при $\Delta x \to 0$. Умножая равенство на $\Delta x$ получим $\Delta y = f`(x)\,\Delta x + \alpha\Delta x$. В общем случае $f`(x) \neq 0$ и произведение $f`(x)\,\Delta x$ есть величина бесконечно малая одного порядка с Δx, а $\alpha\Delta x$ – бесконечно малая высшего порядка. Первое из двух слагаемых ($f`(x)\,\Delta x$) называют главной частью приращения функции, линейной относительно $\Delta x$, или *дифференциалом функции* и обозначают $dy = f`(x)\,\Delta x$.

5. Если при переходе (слева направо) через критическую точку x_0 производная $f'(x)$ меняет знак с плюса на минус, то в точке x_0 функция f(x) имеет максимум; если с минуса на плюс, то минимум; если знака не меняет, то экстремума нет.

6. Пусть $f'(x_0) = 0$ и в окрестности точки x_0 существует конечная первая производная, а в самой точке x_0 – вторая производная $f''(x_0) \neq 0$, тогда: если $f''(x_0) > 0$, то в точке x_0 имеется минимум; если $f''(x_0) < 0$, то имеем максимум.

7. Градиентом функции u = f(x, y, z) в точке M(x, y, z) называется вектор, проекции которого на оси координат являются значениями частных производных функции в этой точке: $grad\ \ u = \frac{\partial u}{\partial x}\bar{\imath} + \frac{\partial u}{\partial y}\bar{\jmath} + \frac{\partial u}{\partial z}\bar{k}$

8. Производную от функции y = f(x) (ее называют первой), обозначаемую $y`=f`(x)= dy/dx$ можно рассматривать как новую (по отношению к f(x)) функцию той же переменной. Эта функция, в свою очередь, может быть продифференцирована, т.е. найдена первая производная от первой производной исходной функции f(x); $(y`)`=(f`(x))`$. Она называется второй производной, обозначается $y``= f``(x) = d^2y / dx^2$ и является производной высшего (второго) порядка. Очевидно, что таким же образом может быть определена производная n–го порядка ($n \in Z$), обозначаемая $y^{(n)} = f^{(n)}(x)$ (n – берется в скобках, чтобы не путать с показателем степени). Иногда порядок производной обозначают римскими цифрами.

Дифференциал от дифференциала называют дифференциалом второго порядка (вторым дифференциалом) и обозначают $d(dy) = dy^2$. По определению дифференциала $d^2y = [f`(x)\,dx]`dx = f``(x)(dx)^2$, так как dx от x не зависит. Очевидно, таким же образом определяется дифференциал любого порядка $d^ny = f^{(n)}(x)(dx)^n$; принято записывая порядок дифференциала опускать скобки, т.е окончательно общее выражение примет вид

$$d^ny = f^{(n)}(x)dx^n$$

9. Если функция **F(x)** – первообразная функции **f(x)**, то выражение **F(x) + C** называется *неопределенным интегралом* от функции **f(x)** и обозначается

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

где **f(x)** – подинтегральная функция, **f(x)dx** – подинтегральное выражение, $\int$ – знак интеграла.

Неопределенный интеграл представляет собой *семейство функций*, геометрически – семейство кривых, каждая из которых получается сдвигом одной из кривых вдоль оси **Oy**.

10. Вычисляются определенные интегралы с помощью неопределенных: если $f(x)$ имеет первообразную $F(x)$ на $[a,b]$ то справедлива формула Ньютона-Лейбница: $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

11. Замена переменной в определенном интеграле, выполняется по формуле:

$\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\phi(t))\phi'(t)dt$ при условиях: 1) $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$; 2) $\phi(t)$ непрерывна вместе со своей производной $\phi'(t)$ на $[\alpha,\beta]$, где $a = \phi(\alpha)$, $b = \phi(\beta)$; 3) сложная функция $f(\phi(t))$ определена и непрерывна на $[\alpha,\beta]$.

12. Используется также формула интегрирования по частям в определенном интеграле: $\int_a^b u(x)v'(x)dx = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int_a^b v(x)u'(x)dx$, где $u(x), v(x)$ — непрерывно дифференцируемые функции на отрезке $[a,b]$.

13. Пусть задана криволинейная трапеция $a \le x \le b$, $0 \le y \le y(x)$, где $y(x)$ — непрерывная однозначная функция. Пространственная фигура, полученная вращением вокруг оси OX этой трапеции, называется телом вращения, и ее объем равен $V_x = \pi \int_a^b y^2(x)dx$. Если криволинейную трапецию вращать вокруг оси OY, то объем вычисляется по формуле $V_y = 2\pi \int_a^b xy(x)dx$.

В более общем случае объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры $a \le x \le b$, $y_1(x) \le y \le y_2(x)$, где $y_1(x)$ и $y_2(x)$ — непрерывные неотрицательные функции, равен $V_x = \pi \int_a^b [y_2^2(x) - y_1^2(x)]\,dx$. Аналогично при вращении вокруг оси OY объем равен $V_y = 2\pi \int_a^b x[y_2(x) - y_1(x)]\,dx$.

14. Теорема 1. Несобственный интеграл 1го рода от неотрицательной функции сходится тогда и только тогда, когда функция $\Phi(A)$ остается ограниченной при увеличении A.

Эта теорема – следствие общих свойств монотонных функций. Практического смысла теорема почти не имеет, но позволяет получить т.н. признаки сходимости.

Теорема 2 (1-й признак сравнения). Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на $[a,+\infty)$ и удовлетворяют неравенству $0 \le f(x) \le g(x)$. Тогда:

1) если интеграл $\int_a^{+\infty} g(x)\,dx$ сходится, то и $\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$ сходится;

2) если интеграл $\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$ расходится, то и $\int_a^{+\infty} g(x)\,dx$ расходится.

Теорема 3 (2-й признак сравнения). Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны и неотрицательны на $[a,+\infty)$. Тогда, если $f(x) \sim g(x)$ при $x \to +\infty$, то несобственные интегралы $\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$ и $\int_a^{+\infty} g(x)\,dx$ сходятся или расходятся одновременно.

15. Признак сравнения: пусть две неотрицательные функции $f(x), g(x)$ непрерывны на полуинтервале $[a;b)$ и для всех x этого промежутка выполнено неравенство $0 \le f(x) \le g(x)$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если интеграл $\int_a^b g(x)dx$ сходится, то сходиться будет и интеграл $\int_a^b f(x)dx$;

2) если интеграл $\int_a^b f(x)dx$ расходится, то расходится и интеграл $\int_a^b g(x)dx$.

Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»

1. -3
2. 1
3. 1,6
4. $y' = \frac{1-x}{e^x}$
5. $y' = \frac{-1}{5-x}$
6. $y' = 3(arctgx + 7)^2 \frac{1}{1-x^2}$
7. Y_{max} =3, y_{min} =-1
8. (-1;0), (1;0)
9. $2\sqrt{x} + C$
10. $\frac{1}{4}Sin4x + C$
11. $\frac{x^2}{2}lnx - \frac{x^2}{4} + C$
12. 0,75
13. 14/3
14. 1/3
15. 1/3

Ключи

3 семестр

Вопросы для проверки уровня обученности «знать»

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, в общем случае имеют вид: F(x, y, y`) = 0. Если это уравнение разрешимо относительно y`, то его можно записать в виде: y` = f(x, y).

2. Общим решением дифференциального уравнения первого порядка называется функция y = φ(x, C) такая, что: 1. удовлетворяет дифференциальному уравнению при любом значении произвольной постоянной C; 2. для любого начального условия $y(x_0) = y_0$ существует единственное значение $C = C_0$, при котором решение $y = \varphi(x, C_0)$ удовлетворяет заданному начальному условию.

Частным решением $y = \varphi(x, C_0)$ называют всякое решение, получаемое из общего решения y = φ(x, C) при конкретном значении $C = C_0$. (Функцию $F(x, y, C_0) = 0$ называют частным интегралом уравнения).

3. Функцию f(x, y) называют однородной m – го измерения, если при любом λ справедливо равенство $f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^m f(x, y)$.

Уравнение вида y` = f(x, y) (или приводимое к нему) называют однородным, если f(x, y) – однородная функция нулевого измерения, т.е.

$$f(\lambda x, \lambda y) = f(x, y).$$

4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка – это уравнения вида y` + P(x)y = Q(x) (y и y` входят в первых степенях не перемножаясь между собой).

5. Дифференциальным уравнением в полных дифференциалах называется уравнение вида

$P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0$,

где левая часть является полным дифференциалом какой-либо функции двух переменных.

6. Дифференциальное уравнение n порядка можно записать в виде $F(x, y, y`, \dots, y^{(n)}) = 0$, или, если оно разрешимо относительно высшей производной, $y^{(n)} = f(x, y, y`, \dots, y^{(n-1)})$.

7. Общим решением дифференциального уравнения n порядка называется функция $y = \varphi(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ зависящая от n произвольных постоянных $C_1, C_2, \dots, C_n$ и такая, что:

1) удовлетворяет уравнению при любых значениях произвольных постоянных; 2) при заданных начальных условиях постоянные $C_1, C_2, \dots, C_n$ можно подобрать так, что функция $y = \varphi(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ будет удовлетворять этим условиям (предполагается, что начальные значения x_0, y_0, $y_0`$, …, $y^{(n-1)}$ принадлежат области, для которой справедлива приведенная выше теорема).

Соотношение вида $\varphi(x, y, C_1, C_2, \dots, C_n) = 0$, неявно определяющее общее решение, называется *общим интегралом* дифференциального уравнения.

Задача Коши для этого уравнения состоит в том, чтобы найти такое решение уравнения, которое удовлетворяет *начальным условиям.* Всякое решение, получаемое из общего решения при конкретных значениях произвольных постоянных (в частности, всякое решение задачи Коши), называется *частным решением* этого уравнения.

8. Линейным однородным дифференциальным уравнением **n** порядка называется уравнение вида $\mathbf{y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(x)y` + a_n(x)y = 0}$ где функции $\mathbf{a_1(x), a_2(x), \dots}$ и $\mathbf{f(x)}$ заданы и непрерывны в некотором интервале **(a, b)**.

$\mathbf{y`` + a_1(x)y` + a_2(x)y = 0}$ – линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка.

9. Линейным дифференциальным уравнением **n** порядка называется уравнение вида $\mathbf{y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(x)y` + a_n(x)y = f(x)}$ где функции $\mathbf{a_1(x), a_2(x), \dots}$ и $\mathbf{f(x)}$ заданы и непрерывны в некотором интервале **(a, b)**.

Уравнение называется *линейным неоднородным* при $\mathbf{f(x) \neq 0}$ и *линейным однородным* при $\mathbf{f(x) = 0}$. Однородное уравнение с той же левой частью, что и данное неоднородное, называется *соответствующим* ему.

$\mathbf{y`` + a_1(x)y` + a_2(x)y = f(x)}$ – линейное неоднородное дифференциальное уравнение 2-го порядка.

10. Пусть $\mathbf{u_1, u_2, \dots, u_n, \dots}$ – бесконечная числовая последовательность, заданная формулой общего члена $\mathbf{u_n = f(x)}$, где **n** – номер члена. Выражение $\mathbf{u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots}$ называется *числовым рядом,* а числа $\mathbf{u_1, u_2, \dots, u_n, \dots}$ – членами ряда. Ряд удобно записывать в виде $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, где **Σ** – символ суммирования, сверху и снизу – пределы суммирования (номера первого и последнего членов), **n** – текущий индекс (номер члена).

11. Ряд вида $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n = -u_1 + u_2 - u_3 + \cdots$, где $u_n > 0$ называется знакочередующимся рядом. Знакочередующийся ряд – это частный случай *знакопеременного* ряда (с произвольным чередованием знаков членов).

12. Ряд $\mathbf{u_1(x) + u_2(x) + \dots + u_n(x) + \dots} = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$, члены которого – функции от **x**, называется *функциональным*.

13. Степенным называют функциональный ряд вида

$$\mathbf{a_0 + a_1(x - a) + a_2(x - a)^2 + \dots + a_n(x - a)^n + \dots} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n,$$

где **a** и $\mathbf{a_n}$ действительные числа. Числа $\mathbf{a_n}$ называют *коэффициентами ряда.*

14. Функциональный ряд вида $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\,x + b_n \sin n\,x)$

называется *тригонометрическим рядом.* Постоянные $\mathbf{a_0, a_n, b_n}$ называются *коэффициентами тригонометрического ряда*. Если ряд сходится, то его сумма $\boldsymbol{\varphi(x)}$ – периодическая функция с периодом $\mathbf{2\pi}$, т.е. $\boldsymbol{\varphi(x) = \varphi(x + 2\pi)}$.

$\boldsymbol{a_o = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx,\ a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos n\,x dx,\ b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin n\,x dx}$

15. Пусть дана функция $\mathbf{f(x)}$ с периодом $\mathbf{2}l$. Введя новую переменную $\mathbf{x = lt/\pi}$ получим функцию $\mathbf{f((l/\pi)t)}$ - периодическую функцию от **t** с периодом $\mathbf{2\pi}$, которая легко разлагается в ряд Фурье на отрезке $\mathbf{[-\pi; \pi]}$.

$$f(\frac{l}{\pi}t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nt + b_n \sin nt),\ \text{где}\ a_o = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\frac{l}{\pi}t)dt;\ a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\frac{l}{\pi}t)\cos ntdt;$$

$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\frac{l}{\pi}t)\sin ntdt$. Возвращаясь к исходной переменной $(x = \frac{l}{\pi}t; t = \frac{\pi}{l}x; dt = \frac{\pi}{l}dx)$, получим:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos\frac{\pi n}{l}x + b_n \sin\frac{\pi n}{l}x),\ \text{где}\ a_o = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)dx;\ a_n = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)\cos\frac{\pi nx}{l}dx$$

$$b_n = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)\sin\frac{\pi nx}{l}dx.$$

Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»

1. Уравнения с разделяющимися переменными – это уравнения вида $f_1(x)\varphi_1(y)dx + f_2(x)\varphi_2(y)dy = 0$.

Если ни одна из функций $f_1(x)$, $\varphi_1(y)$, $f_2(x)$, $\varphi_2(y)$ не равна тождественно нулю, то в результате деления исходного уравнения на $f_2(x)\varphi_1(y)$ оно приводится к виду: $\frac{\varphi_2(y)}{\varphi_1(y)}dy = -\frac{f_1(x)}{f_2(x)}dx$ *уравнения с разделенными переменными.*

2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка – это уравнения вида $y` + P(x)y = Q(x)$.

3. Уравнение Бернулли является одним из наиболее известных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка. Оно записывается в виде

$y' + a(x)y = b(x)y^m$, где a(x) и b(x) − непрерывные функции.

Метод Бернулли.

Рассматриваемое уравнение можно решить методом Бернулли. Для этого ищем решение исходного уравнения в виде произведения двух функций: $y = u \cdot v$ где *u, v* - функции от *x*. Дифференцируем: $y' = u' \cdot v + u \cdot v'$

Методом Лагранжа (методом вариации произвольной постоянной) – исходя из решения соответствующего однородного уравнения и варьируя произвольную постоянную, т.е полагая $y = C(x)e^{-\int P(x)dx}$, где **C(x)** подлежащая определению дифференцируемая функция от **x**.

4. Дифференциальное уравнение первого порядка вида $M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$ называется **уравнением в полных дифференциалах**, если его левая часть представляет полный дифференциал некоторой функции $u(x,y)$.

Теорема. Для того, чтобы уравнение являлось уравнением в полных дифференциалах, необходимо и достаточно, чтобы в некоторой односвязной области D изменения переменных x и y выполнялось условие

$$\frac{\partial M}{\partial y} \equiv \frac{\partial N}{\partial x}.$$

5. Для уравнения вида **y`` + a₁(x)y` + a₂(x)y = 0** характеристическим будет уравнением **k² + a₁k + a₂ = 0**.

6. Корни действительны и различны **(k₁ ≠ k₂)**, частные решения $y_1 = e^{k_1 x}$ и $y_2 = e^{k_2 x}$ линейно независимы $(\frac{y_1}{y_2} = e^{(k_1 - k_2)x} \neq 0)$ и общее решение принимает вид $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$.

7. Корни характеристического уравнения равны, **k₁ = k₂ = k**. В этом случае частные решения **y₁** и **y₂** целесообразно искать в виде $y_1 = e^{kx}$ и $y_2 = xe^{kx}$; они линейно независимы: $(\frac{y_1}{y_2} = x \neq 0)$ и общее решение примет вид $y = C_1 e^{kx} + C_2 x e^{kx}$.

8. Корни характеристического уравнения *комплексные*. Известно, что, в общем случае, дискриминант квадратного уравнения может быть отрицательным и тогда уравнение не имеет действительных корней. Если дискриминант квадратного уравнения отрицателен, оно имеет два комплексно сопряженных корня **α + *i*β** и **α – *i*β**. Общее решение примет вид **$y = e^{\alpha x}(C_1 \cos\beta x + C_2 \sin\beta x)$.**

9. Если ряд **u₁ + u₂ + …** сходится, то $\lim_{n\to 0} u_n = 0$, т.е. при **n → ∞** предел общего члена сходящегося ряда равен нулю.

10. Признак Даламбера. Если для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ существует $\lim_{n\to 0} \frac{u_{n+1}}{u_n} = C$, то этот ряд сходится при **C < 1** и расходится при **C > 1**. При **C = 1** вопрос о сходимости остается открытым (необходимо применить другой признак).

11. Признак Коши (радикальный). Если для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ существует $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n} = D$, то этот ряд сходится при **D < 1** и расходится при **D > 1**. Случай **D = 1** требует дополнительного исследования.

12. Интегральный признак. Если **f(x)** при **x ≥ 1** – непрерывная положительная и монотонно убывающая функция, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, где **uₙ = f(n),** сходится или расходится в зависимости от того, сходится или расходится интеграл $\int_1^{\infty} f(x)dx$.

13. Первый признак сравнения. Пусть даны два ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ (1) и $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ (2),

причем каждый член ряда (1) не превосходит соответствующего члена ряда (2), т.е. **uₙ ≤ vₙ (n= 1, 2, 3, ..)**. Тогда, если сходится ряд (2), то сходится и ряд (1); если расходится ряд (1), то расходится и ряд (2). Отметим, что в соответствии со свойством (2) рядов, этот признак остается в силе, если неравенства **uₙ ≤ vₙ** выполняются не при всех **n**, а лишь начиная с некоторого номера **n = N**.

Второй (предельный) признак сравнения. Если существует конечный и отличный от нуля предел $\lim_{n\to\infty} \frac{u_n}{v_n} = K$ то оба ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ одновременно сходятся или одновременно расходятся.

14. Признак Лейбница: знакочередующийся ряд сходится, если абсолютные величины его членов убывают, а общий член стремится к нулю, т.е. если выполняются следующие два условия:

1. $\mathbf{u_1 > u_2 > u_3 > \ldots}$ и 2. $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$.

15. Знакопеременный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ называется абсолютно сходящимся, если сходится ряд, составленный из абсолютных величин его членов. Если знакопеременный ряд сходится, а ряд, составленный из абсолютных величин его членов, расходится, то исходный ряд называется условно сходящимся рядом.

Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»

1. $y = \frac{1}{x^2} + C$
2. $y = -\frac{1}{2} ln|2x + 1| + \frac{1}{2} ln3 + 1$
3. $y = \left(C - \frac{1}{x}\right) x^3$
4. $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{5x}$
5. $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x} - \frac{65}{183} Sin3x - \frac{60}{183} Cos3x$
6. $y = C_1 Cos2x + C_2 Sin2x + \frac{7}{20} e^{-4x}$
7. Сходится
8. Расходится
9. Абсолютно сходится
10. [-1;1)
11. Сходится
12. 0,245
13. 0,841(6)
14. $e^{2x} = 1 + \frac{2}{1!}x + \frac{2^2}{2!}x^2 + \ldots + \frac{2^n}{n!}x + \ldots$
15. $x \in \left(-\frac{5}{6}; \frac{5}{6}\right)$

Ключи

4 семестр

Вопросы для проверки уровня обученности «знать»

1. Случайным событием (или просто: событием) называется любой исход опыта, который может произойти или не произойти.

Событие называется *достоверным* если оно обязательно наступит в результате данного опыта.

Событие называется *невозможным* если оно заведомо не произойдет в результате проведения опыта.

2. Два события называются *несовместными* если появление одного из них исключает появление другого события в одном и том же опыте, т. е. не смогут произойти вместе в одном опыте. В противном случае события называются *совместными.*

События $A_1, A_2, \ldots, A_n$ называются *попарно несовместными,* если любые два из них несовместны.

Несколько событий в данном опыте называются *равновозможными,* если ни одно из них не является объективно более возможным, чем другие, т. е. все события имеют равные «шансы».

3. *Комбинаторика* - раздел математики, в котором изучаются задачи выбора элементов из заданного множества и расположения их в группы по заданным правилам, в частности задачи о подсчете числа комбинаций (выборок), получаемых из элементов заданного конечного множества.

Размещением из *n* элементов по m элементов (o < m $\leq n$) называется любое упорядоченное подмножество данного множества, содержащее m элементов.

Из определения вытекает, что размещения - это выборки (комбинации), состоящие из m элементов, которые отличаются друг от друга либо составом элементов, либо порядком их расположения. I

Число, размещений из *n* элементов по m элементов обозначается символом A_n^m вычисляется по формуле $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$, 1! = 1, o! = 1.

Перестановкой из n элементов называется размещение из n элементов по n элементов.

Из определения вытекает, что перестановки - это выборки (комбинации), состоящие из n элементов и отличающиеся друг от друга только порядком следования элементов. Число перестановок из n элементов обозначается символом P_n и вычисляется по формуле

P_n =n!

Сочетанием из n элементов по m элементов называется любое подмножество, которое содержит m элементов данного множества.

Из определения вытекает, что сочетания - это выборки (комбинации), каждая из которых состоит из m элементов, взятых из данных n элементов, и которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом, т. е. отличаются только составом элементов.

Число сочетаний из n элементов по m элементов обозначается символом C_n^m и вычисляется по формуле

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

4. **Случайной** называют величину, которая в результате испытания примет одно возможное значение, наперёд неизвестное и зависящее от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены.

Выпадение некоторого значения случайной величины X это случайное событие: X = xi. Среди случайных величин выделяют дискретные и непрерывные случайные величины.

Дискретной случайной величиной называется случайная величина, которая в результате испытания принимает отдельные значения с определёнными вероятностями. Число возможных значений дискретной случайной величины может быть конечным и бесконечным

Непрерывной случайной величиной называют случайную величину, которая в результате испытания принимает все значения из некоторого числового промежутка. Число возможных значений непрерывной случайной величины бесконечно.

5. Функцией распределения случайной величины **X** называется функция **F(x),** равная вероятности того, что **X** примет значение меньше, чем число x, то есть **F(x)=F(X<x)**.

6. Если функцию распределения **F(x)** непрерывной случайной величины можно представить в виде

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

то функция f(x) называется плотностью распределения вероятности.

7. Генеральной совокупностью называют совокупность всех мысленно возможных объектов данного вида, над которыми проводятся наблюдения с целью получения конкретных значений случайной величины, или совокупность результатов всех мыслимых наблюдений, проводимых в неизменных условиях над одной из случайных величин, связанных с данным видом объектов.

Выборочной совокупностью называют часть отобранных объектов из генеральной совокупности.

8. Выборочной средней называют среднее арифметическое значение признака выборочной совокупности.

Если все значения признака выборки различны, то

$$\overline{x_в} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n};$$

если же все значения имеют частоты $n_1, n_2, \ldots, n_k$, то

$$\overline{x_в} = \frac{x_1 n_1 + \ldots + x_k n_k}{n}.$$

Выборочной дисперсией называют среднее арифметическое квадратов отклонения наблюдаемых значений признака от их среднего значения.

Если все значения признака выборки различны, то

$$\hat{D}_B = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x}_B)^2}{n};$$

если же все значения имеют частоты $n_1, n_2, \ldots, n_k$, то

$$\hat{D}_B = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \overline{x}_B)^2}{n}.$$

Для характеристики рассеивания значений признака выборки вокруг своего среднего значения пользуются сводной характеристикой - средним квадратическим отклонением.

Выборочным средним квадратическим отклоненим называют квадратный корень из выборочной дисперсии:

$$\hat{\sigma}_B = \sqrt{\hat{D}_B}.$$

9. Точечной называют статистическую оценку, которая определяется одним числом.

Точечная оценка характеризуется свойствами: несмещенность, состоятельность и эффективность.

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Точечная оценка называется *состоятельной*, если при неограниченном увеличении объема выборки она сходится по вероятности к истинному значению параметра, то есть стремится к истинному значению оцениваемого параметра генеральной совокупности.

Эффективной называют точечную оценку, которая (при заданном объеме выборки *n*) имеет наименьшую возможную дисперсию, те есть гарантирует наименьшее отклонение выборочной оценки от такой же оценки генеральной совокупности.

10. *Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами—концами интервала. Интервальные оценки позволяют установить точность и надежность оценок.*

Пусть найденная по данным выборки статистическая характеристика Q* служит оценкой неизвестного параметра Q. Будем считать Q постоянным числом (Q может быть и случайной величиной). Ясно, что Q* тем точнее определяет параметр Q, чем меньше абсолютная величина разности |Q- Q*|. Другими словами, если $\gamma>0$ и |Q- Q*| <γ, то чем меньше γ , тем оценка точнее.

Однако статистические методы не позволяют категорически утверждать, что оценка Q* удовлетворяет неравенству |Q- Q*| <γ; можно лишь говорить о вероятности □, с которой это неравенство осуществляется.

Надежностью (доверительной вероятностью) оценки называют вероятность γ, с которой осуществляется неравенство |Q—Q* | <γ.

Обычно надежность оценки задается наперед, причем в качестве g берут число, близкое к единице. Наиболее часто задают надежность, равную 0,95; 0,99 и 0,999.

Пусть вероятность того, что, |Q- Q*| <d равна g: P(|Q- Q*| <d)= g. Заменив неравенство равносильным ему двойным неравенством получим: P [Q* — d < Q < Q* + d] = γ. Это соотношение следует понимать так: вероятность того, что интервал Q* - d< Q < Q* +d заключает в себе (покрывает) неизвестный параметр Q, равна γ.

Интервал (Q- d, Q* + d) называется доверительным интервалом, который покрывает неизвестный параметр с надежностью γ.*

11. *Статистическая гипотеза* представляет собой некоторое предположение о законе распределения случайной величины или о параметрах этого закона, формулируемое на основе выборки. Примерами статистических гипотез являются предположения: генеральная совокупность распределена по экспоненциальному закону; математические ожидания двух экспоненциально распределенных выборок равны друг другу. В первой из них высказано предположение о виде закона распределения, а во второй – о параметрах двух распределений. Гипотезы, в основе которых нет никаких допущений о конкретном виде закона распределения, называют *непараметрическими*, в противном случае – *параметрическими*.

Гипотезу, утверждающую, что различие между сравниваемыми характеристиками отсутствует, а наблюдаемые отклонения объясняются лишь случайными колебаниями в выборках, на основании которых производится сравнение, называют *нулевой* (основной) гипотезой и обозначают H_0. Наряду с основной гипотезой рассматривают и *альтернативную* (конкурирующую, противоречащую) ей гипотезу H_1. И если нулевая гипотеза будет отвергнута, то будет иметь место альтернативная гипотеза.

12. Проверка гипотезы основывается на вычислении некоторой случайной величины – критерия, точное или приближенное распределение которого известно. Обозначим эту величину через *z*, ее значение является функцией от элементов выборки *z=z*(*x*1, *x*2, …, *xn*). Процедура проверки гипотезы предписывает каждому значению критерия одно из двух решений – принять или отвергнуть гипотезу. Тем самым все выборочное пространство и соответственно множество значений критерия делятся на два непересекающихся подмножества *S*0 и *S*1. Если значение критерия *z* попадает в область *S*0, то гипотеза принимается, а если в область *S*1, то гипотеза отклоняется. Множество *S*0 называется *областью принятия гипотезы или областью допустимых значений*, а множество *S*1 – *областью отклонения гипотезы или критической областью*. Выбор одной области однозначно определяет и другую область.

Принятие или отклонение гипотезы H_0 по случайной выборке соответствует истине с некоторой вероятностью и, соответственно, возможны два рода ошибок. Ошибка первого рода возникает с вероятностью a тогда, когда отвергается верная гипотеза H_0 и принимается конкурирующая гипотеза H_1. Ошибка второго рода возникает с вероятностью b в том случае, когда принимается неверная гипотеза H_0, в то время как справедлива конкурирующая гипотеза H_1. *Доверительная вероятность* – это вероятность не совершить ошибку первого рода и принять верную гипотезу H_0.

13. Эмпирической (опытной) функцией распределения или функцией распределения выборки называют такую функцию, которая определяет для каждого значения x частоту событий X<x и предназначена для оценке теоретической функции распределения генеральной совокупности в математической статистике.

Эмпирическая функция распределения находится по формуле:

$$F_n(x) = \frac{n_x}{n}$$

N — объем выборки;

n_x — количество наблюдений (вариантов) меньше x.

14. *Полигоном* частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки (x_1, n_1), (x_2, n_2), …, (x_k, n_k).

Для построения полигона частот на оси абсцисс откладывают варианты x_i, а на оси ординат – соответствующие им частоты n_i. Точки (x_i, n_i) соединяют отрезками прямых и получают полигон частот.

Полигоном относительных частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки (x_1, w_1), (x_2, w_2), …, (x_k, w_k). Для построения полигона частот на оси абсцисс откладывают варианты x_i, а на оси ординат w_i. Точки (x_i, w_i) соединяют отрезками прямых и получают полигон относительных частот.

Гистограммой частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длиною h, а высоты равны отношению n_i/h (плотность частоты).

Для построения гистограммы частот на оси абсцисс откладывают частичные интервалы, а над ними проводят отрезки, параллельные оси абсцисс, на расстоянии n_i/h.

Гистограммой относительных частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длинною h, а высоты равны отношению W_i/h (плотность относительной частоты).

Для построения гистограммы относительных частот на оси абсцисс откладывают частичные интервалы, а над ними проводят отрезки, параллельные оси абсцисс на расстоянии W_i/h.

15. Вероятность отвергнуть ложную гипотезу H_0 называется *мощностью критерия*.

Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»

1. *Вероятностью события A* называется отношение числа m случаев, благоприятствующих этому событию, к общему числу *n* случаев, т. е. $\frac{m}{n} = P(A)$

2. Из классического определения вероятности вытекают следующие свойства:
   1. Вероятность любого события заключена между нулем и единицей.
   2. Вероятность невозможного события равна нулю.
   3. Вероятность достоверного события равна единице.

3. Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий:

P(A+B)=P (A)+P(B).

Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

*P (*A + B) = P (A) + P (B) - P (AB).

4. Вероятность совместного появления двух событий равна nпроизведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении. что первое событие уже наступило:

P (AB) = P (A) P_A (B).

Для независимых событий теорема умножения имеет вид

P (AB) = P (A) P (B), т. е. вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

5. Вероятность события A, которое может наступить лишь при условии появления одного из несовместных событий $B_1, B_2, \ldots B_n$, образующих полную группу, равна сумме произведений вероятностей каждого из этих событий на соответствующую условную вероятность события A:

P (A) = $P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + \ldots + P(B_n)P_{B_n}(A)$

6. Пусть событие *A* может наступить при условии появления одного из несовместных событий $B_1, B_2, \ldots B_n$, образующих полную группу. Поскольку заранее не известно, какое из этих событий наступит, их называют *гипотезами.* Вероятность появления события *A* определяется по формуле полной вероятности

P (A) = $P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + \ldots + P(B_n)P_{B_n}(A)$

Допустим, что произведено испытание, в результате которого появилось событие A. Поставим своей задачей определить, как изменились (в связи с тем, что событие A уже наступило) вероятности гипотез. Другими словами, будем искать условные вероятности

$P_A(B_1), P_A(B_2), \ldots P_A(B_n).$

Найдем сначала условную вероятность $P_A(B_1).$ По теореме умножения имеем

$P(AB_1)=P(A)\,P_A(B_1)=P(B_1)\,P_{B_1}(A).$

Отсюда

$$P_A(B_1) = \frac{P(B_1)P_{B_1}(A)}{P(A)}.$$

Заменим здесь P(A) формулой полной вероятности, получим

$$P_A(B_1) = \frac{P(B_1)P_{B_1}(A)}{P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + \ldots + P(B_n)P_{B_n}(A)}.$$

Аналогично выводятся формулы, определяющие условные вероятности остальных гипотез, т.е. условная вероятность любой гипотезы B_i (i=1, 2, …n) может быть вычислена по формуле

$$P_A(B_i) = \frac{P(B_i)P_{B_i}(A)}{P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + \ldots + P(B_n)P_{B_n}(A)}.$$

Формулы Бейеса позволяют переоценить вероятности гипотез после того, как становится известным результат испытания, в итоге которого появилось событие A.

7. Вероятность одного сложного события, состоящего в том, что в n испытаниях событие A наступит k раз и не наступит n – k раз, можно вычислить используя формулу

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

Или $P_n(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}.$

Полученную формулу называют *формулой Бернулли*.

8. Закон распределения, заданный с помощью формулы Бернулли, называется биномиальным.

Закон распределения, заданный с помощью формулы Пуассона, называется распределением Пуассона. Когда число испытаний n велико, а вероятность p (или q) мала, неравенство npq>>1 используется формула Пуассона:

$$\lim_{n\to\infty} P_n(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} \equiv P_\infty(m)$$

.

9. Математическим ожиданием или средним значением дискретной случайной величины, заданной своим рядом распределения, называется число

$$M[x] = \sum_{(i)} x_i \cdot p_i$$

,где **(i)** означает суммирование по всем возможным значениям случайной величины.

Дисперсией случайной величины называется число

$$D[X] = M[(X - M[X])^2],$$

то есть дисперсия есть математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от своего математического ожидания.

Число $\sigma = \sqrt{D[X]}$ называется *среднеквадратичным отклонением*, поэтому дисперсия часто обозначается σ^2.

10. Математическим ожиданием или средним значением непрерывной случайной величины, заданной своей плотностью распределения f(x), называется число

$$M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$$

дисперсия для непрерывных случайных величин равна:

$$D[X] = \int_{-\infty}^{\infty} (x_i - m)^2 \cdot f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)dx - m^2$$

,

где m=M|X] - математическое ожидание

11. Свойства математического ожидания

1. M[C] = C, если C - неслучайная величина.

2. M[C·X] = C·M[X], если C-неслучайная величина.

3. M[X+Y]=M[X]+M[Y].

4. M[X·Y]=M[X]·M[Y], если случайные величины X и Y независимы.

Свойства дисперсии следуют из ее определения и свойств математического ожидания.

1. D[C]=0, если C - неслучайная величина.
2. M[C X] = C^2 M[X], если C - неслучайная величина.
3. D[X $\pm$ Y] = D[X]+D[Y]. если случайные величины X и Y независимы
4. D[X] = M[X^2] – (M[X])^2 = M[X^2] – m^2

12. Равномерное распределение. Говорят, что случайная величина **X** равномерно распределена на отрезке **[a,b]**, если она имеет следующую плотность:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & при\ x < a \\ c & при\ a \le x \le b \\ 0 & при\ x > b \end{cases}$$

$$c = \frac{1}{b-a}$$

откуда .

С равномерно распределенными случайными величинами мы сталкиваемся тогда, когда по условиям опыта случайная величина принимает значения на некотором конечном промежутке, причем все возможные значения из этого промежутка равновозможны.

Нормальное распределение задается следующей плотности распределения:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

,

где m – любое действительное число, а σ - любое положительное действительное число. Эти числа называются параметрами распределения. Нормальный закон распределения зависит, таким образом, от двух параметров.

13. Требуется оценить математическое ожидание *a* по выборочной средней. Найдем доверительный интервал, покрывающий *a* с надежностью γ. Выборочную среднюю будем рассматривать как случайную величину (она изменяется от выборки к выборке), выборочные значения признака- как одинаково распределенные независимые СВ с математическим ожиданием каждой *a* и средним квадратическим отклонением σ. Примем без доказательства, что если величина X распределена нормально, то и выборочная средняя тоже распределена нормально с параметрами

$$M(\bar{x}) = a, \sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Потребуем, чтобы выполнялось равенство

$$P(|\bar{x} - a| < \delta) = \gamma.$$

$$P(|\bar{x} - a| < \delta) = 2\Phi(\frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma}), \text{обозначим} \frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma} = t \text{ и выразив } \delta = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}},$$

получим

$$P(\bar{x} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}) = \gamma = 2\Phi(t).$$

Число t находят по таблице функции Лапласа Ф(х).

14. Математическая статистика решает две главные задачи: указать способы сбора и группировки (если данных очень много) статистических сведений (результатов наблюдений) и разработать методы анализа собранных статистических данных в зависимости от целей исследования.

15. Основные этапы проверки статистических гипотез

1. Исходя из задач исследования, формулируются статистические гипотезы.
2. Выбирается уровень значимости, на котором будут проверяться гипотезы.
3. На основе выборки, полученной из результатов измерения, определяется статистическая характеристика гипотезы.
4. Выбирается критерий для проверки статистической гипотезы.
5. Вычисляется наблюдаемое (фактическое) значение статистического критерия.
6. Определяется критическое значение статистического критерия по соответствующей таблице на основании выбранного уровня значимости и объема выборки.
7. На основе сравнения наблюдаемого и критического значения критерия в зависимости от результатов проверки нулевая гипотеза либо принимается, либо отклоняется в пользу альтернативной.

Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»

1. 1/720
2. 6/91
3. 0,1537
4. 0,4938
5. 0,1465
6. 0,3087
7. 0,488
8. M(X)=2,3, D(X)=5,31, σ(X)≈2,3
9. 0,947
10. 140, 140, 141, 141, 142, 142, 143, 143, 144, 149
    $\bar{x} = 142{,}5\ D_B = 6{,}25$
11. $\bar{x} = 100,\ D_B = 94, S^2 = 117{,}5$
12. (19,774; 20,626)
13. (0,544; 0,056)
14. (992,16; 1007,84)
15. (0,147; 0,947)