МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Смоленский казачий институт промышленных технологий и бизнеса (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения «Московский государственный университет технологий и управления имени К.Г. Разумовского (Первый казачий университет)»

**УТВЕРЖДАЮ**
Директор СКИПТБ (филиал) ФГБОУ ВО
«МГУТУ им. К.Г. Разумовского (ПКУ)
_____ Н.С. Коржикова
«28» июня 2023 г.

# Рабочая программа дисциплины (модуля)

## Б1.О.03.01 ОБЩЕПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ МОДУЛЬ
## Высшая математика

| | |
|---|---|
| Кафедра: | Системной автоматизации и информационных |
| Направление подготовки: | 19.03.04 Технология продукции и организация общественного питания |
| Направленность(профиль): | Управление ресторанным бизнесом |
| Квалификация выпускника: | Бакалавр |
| Форма обучения: | очно-заочная |
| Год набора: | 2023 |
| Общаят рудоемкость: | 576 часов/16 з.е. |

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 00B895E5D3E87E5E81C0F723DE8AC92877
Владелец: Коржикова Надежда Сергеевна
Действителен: с 06.08.2024 до 30.10.2025

Вязьма, 2023 г.

Программу составил(и):
канд.пед.наук доц. Л.К. Тучкина
канд.пед.наук доц. К.А. Кузьмин

Рабочая программа дисциплины (модуля)
**"Высшая математика"**
разработана составлена на основании учебного плана, утвержденного ученым советом 25 мая 2023 г. протокол № 11в соответствии
с ФГОС ВО Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 19.03.04 Технология продукции и организация общественного питания (приказ Минобрнауки России от17.08.2020 г. № 1047) 33.008. Профессиональный стандарт "РУКОВОДИТЕЛЬ ПРЕДПРИЯТИЯПИТАНИЯ", утверждённый приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 7 мая 2015 г. N 281н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 2 июня 2015 г., регистрационный N 37510)

Руководитель ОПОП
канд. техн. наук, доц. Степаненкова Л.Н

Рабочая программа обсуждена на заседании обеспечивающей кафедры
**Системной автоматизации и информационных технологий**
Протокол от 19.05.2023 г. № 10
Зав. кафедрой Морозов Сергей Михайлович_____

Рабочая программа согласована на заседании выпускающей кафедры
**Технологии продуктов питания, предпринимательства и экономики**
Протокол от 26.05. 2023 г. № 10
Зав. кафедрой Степаненкова Людмила Николаевна_____

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙПРОГРАММЫ И ОБЪЕМ С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПО СЕМЕСТРАМ

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ),СООТНЕСЕННЫЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙПРОГРАММЫ

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙРАБОТЫ СТУДЕНТОВ

6. ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

9. ОРГАНИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**1.1. Цели:**

1. Подготовка в области фундаментальной математики
2. Привитие навыков современных видов математического мышления
3. Формирование математической культуры студентов
4. Овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в других областях знания

**1.2. Задачи:**

1. Формирование готовности использования математических методов в практической и профессиональной деятельности
2. Формирование умения разбираться в профессиональных вопросах, сформулированных на математическом языке
3. Применение математических понятий при описании типовых профессиональных задач и использование математическихметодов при их решении

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ И ОБЪЕМ СРАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПО СЕМЕСТРАМ

Цикл (раздел) ОП: Б1.О

Дисциплина относится к обязательной части ОПОП и обязательна для освоения.

**Связь с последующими дисциплинами (модулями), практиками**

| № п/п | Наименование | Семестр | Шифр компетенции |
|---|---|---|---|
| 1 | Биохимия | 5 | ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3 |
| 2 | Физическая и коллоидная химия | 5 | ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3 |
| 3 | Пищевая химия | 6 | ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3 |
| 4 | Организационно-управленческая практика | 8 | УК-4.1, УК-4.2, УК-4.3, ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3, ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3,ОПК-4.1, ОПК-4.2, ОПК-4.3, УК-2.1, УК-2.2, УК-2.3, УК-3.1, УК-3.2, УК-3.3, УК-9.1, УК-9.2, УК-9.3, УК-8.1, УК-8.2, УК-8.3, УК-8.4, УК-8.5, УК-8.6 |

**Распределение часов дисциплины**

| Семестр (<Курс>.<Семестр накурсе>) | 1 (1.1) | | 2 (1.2) | | 3 (2.1) | | 4 (2.2) | | Итого | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Недель | 17 1/6 | | 17 1/6 | | 17 | | 15 2/6 | | | |
| Вид занятий | УП | РП | УП | РП | УП | РП | УП | РП | УП | РП |
| Лекции | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 16 | 16 |
| Практические | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 64 | 64 |
| В том числе электрон. | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 48 | 48 |
| Итого ауд. | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 80 | 80 |
| Контактная работа | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 80 | 80 |
| Сам. работа | 88 | 88 | 97 | 97 | 88 | 88 | 88 | 88 | 361 | 361 |
| Часы на контроль | 36 | 36 | 27 | 27 | 36 | 36 | 36 | 36 | 135 | 135 |
| Итого | 144 | 144 | 144 | 144 | 144 | 144 | 144 | 144 | 576 | 576 |

**Вид промежуточной аттестации:**

Экзамен 1,2,3,4 семестр

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫЕ СРЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов ихдостижения:

**ОПК-2:Способен применять основные законы и методы исследований естественных наук для решения задачпрофессиональной деятельности**

ОПК-2.1: Знает фундаментальные законы физики, биохимии, органической, неорганической, аналитической, физическойи коллоидной химии, пищевой химии и современные физико-химические методы анализа

ОПК-2.2: Умеет использовать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин для управления процессомпроизводства продуктов питания на основе прогнозирования превращений основных структурных компонентов

ОПК-2.3: Владеет методами исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности;навыками использования в практической деятельности специализированных знаний для освоения физических,химических, биохимических, биотехнологических, микробиологических, теплофизических процессов, происходящихпри производстве продуктов питания

**4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

| Кодзанятия | Наименования разделов, тем, ихкраткое содержание и результатыосвоения /вид занятия/ | Семестр | Часов | Инте ракт. | Прак. подг. | Индикаторы достижения компетенции | Оценочные средства |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Раздел 1.Линейная алгебра.Аналитическая геометрия.Элементы векторной** | | | | | | |
| 1.1 | **Тема 1. Матрицы и определители.Исследование системы линейныхуравнений. Векторы, операции надвекторами. Краткое содержание: определениематриц, виды матриц, операции надматрицами, свойства операций надматрицами, определение понятияминор и алгебраическоедополнение; вычислениеопределителей, свойстваопределителей; определение и видсистем линейных алгебраическихуравнений, исследование системлинейных алгебраическихуравнений на совместность иопределенность, методы решениясистем линейных алгебраическихуравнений; решение системлинейных однородных уравнений;алгоритм нахождения общего ифундаментального решений системлинейных уравнений; определениеи понятие вектора, линейныеоперации над векторами,коллинеарность и компланарностьвекторов, понятие скалярногопроизведения и его свойства,понятие векторного произведения иего свойства, понятия смешанногопроизведения и его свойства,применение векторов; определенияи свойства линейной зависимости илинейной независимости векторов;определение понятия базиса,разложение вектора по базису,понятие координат векторов,разложение вектора по координатамвекторов базиса, понятиевекторного пространства. Знать: основные понятия и методылинейной и векторной алгебры,использовать методы линейной ивекторной алгебры в практическойи профессиональной деятельности;** | 1 | 2 | 0 | 0 | ОПК-2.1 | Устный опрос |
| 1.2 | **Тема 1. Матрицы и определители.Исследование системы линейныхуравнений. Векторы, операции надвекторами. Краткое содержание: Операции надматрицами, свойства операций надматрицами, нахождения минора иалгебраического дополнения;** | 1 | 8 | 0 | 0 | ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Тестирование Контрольнаяработа |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **вычисление определителей,свойства определителей;исследование систем линейныхалгебраических уравнений насовместность и определенность,методы решения систем линейныхалгебраических уравнений;решение систем линейныходнородных уравнений; нахождениеобщего и фундаментальногорешений систем линейныхуравнений; линейные операции надвекторами, определениеколлинеарности и компланарностивекторов, вычисление скалярногопроизведения и применение свойств к решениюзадач, вычисление векторногопроизведения и применение свойствк решению задач, вычислениесмешанного произведения ипременение свойств к решениюзадач, применение векторов крешению задач; исследованиесистемы векторов на линейнуюзависимость и линейнуюнезависимость; нахождение базиса,разложение вектора по базису,разложение вектора по координатамвекторов базиса.<br>Уметь: свободно решать, обобщать,анализировать задачи линейной ивекторной алгебры, использоватьметоды линейной и векторнойалгебры в практической ипрофессиональной деятельности;<br>Владеть: навыками применятьматематические понятия линейнойи векторной алгебры при описаниитиповых профессиональных задач ииспользование математическихметодов при их решении.<br><br>/Пр/** | | | | | | |
| 1.3 | **Тема 1. Матрицы и определители.Исследование системы линейныхуравнений. Векторы, операции надвекторами.<br>Изучить теоретический материална основе лекций и рекомендуемойлитературы; подготовится кпрактическим занятиям; устномуопросу по вопросам длясамоподготовки, решению задач.<br>Краткое содержание: определениематриц, виды матриц, операции надматрицами, свойства операций надматрицами, определение понятияминор и алгебраическоедополнение; вычислениеопределителей, свойстваопределителей; определение и видсистем линейных алгебраическихуравнений, исследование системлинейных алгебраическихуравнений на совместность и** | 1 | 44 | 0 | 0 | ОПК-2.1,ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Вопросы к самоподготовке |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **определенность, методы решениясистем линейных алгебраическихуравнений; решение системлинейных однородных уравнений;алгоритм нахождения общего ифундаментального решений системлинейных уравнений; определениеи понятие вектора, линейныеоперации над векторами,коллинеарность и компланарностьвекторов, понятие скалярногопроизведения и его свойства,понятие векторного произведения иего свойства, понятия смешанногопроизведения и его свойства,применение векторов; определенияи свойства линейной зависимости илинейной независимости векторов;определение понятия базиса,разложение вектора по базису,понятие координат векторов,разложение вектора по координатамвекторов базиса, понятиевекторного пространства. Знать: основные понятия и методылинейной и векторной алгебры,использовать методы линейной ивекторной алгебры в практическойи профессиональной деятельности; Уметь: свободно решать, обобщать,анализировать задачи линейной ивекторной алгебры, использоватьметоды линейной и векторнойалгебры в практической ипрофессиональной деятельности; Владеть: навыками применятьматематические понятия линейнойи векторной алгебры при описаниитиповых профессиональных задач ииспользование математическихметодов при их решении.**<br><br>**/Ср/** | | | | | | |
| 1.4 | **Тема 2. Аналитическая геометрия.Прямая на плоскости и впространстве. Плоскость. Кривыевторого порядка. Поверхностивторого порядка. Краткое содержание: определение ивиды различных уравнений прямойна плоскости, условияпараллельности иперпендикулярности прямых, уголмежду прямыми; вывод уравненийокружности, эллипса, гиперболы ипараболы; плоскость, общееуравнение плоскости, взаимноерасположение плоскостей, уголмежду плоскостями, расстояние отточки до плоскости; общее иканоническое уравнение прямой впространстве, угол между прямымив пространстве, взаимноерасположение прямой и плоскости;исследование поверхностей второгопорядка методом параллельныхсечений, канонический вид** | 1 | 2 | 0 | 0 | ОПК-2.1 | Устный опрос |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **уравнений поверхностей второгопорядка. Знать: основные понятия и методыаналитической геометрии, навыкииспользования математическихметодов аналитической геометрии впрактической и профессиональнойдеятельности;** | | | | | | |
| 1.5 | **Тема 2. Аналитическая геометрия.Прямая на плоскости и впространстве. Плоскость. Кривыевторого порядка. Поверхноститвторого порядка. Краткое содержание: определение ивиды различных уравнений прямойна плоскости, условияпараллельности иперпендикулярности прямых, уголмежду прямыми; вывод уравненийокружности, эллипса, гиперболы ипараболы; плоскость, общееуравнение плоскости, взаимноерасположение плоскостей, уголмежду плоскостями, расстояние отточки до плоскости; общее иканоническое уравнение прямой впространстве, угол между прямымив пространстве, взаимноерасположение прямой и плоскости;исследование поверхностей второгопорядка методом параллельныхсечений, канонический видуравнений поверхностей второгопорядка. Уметь: свободно решать, обобщать,анализировать задачианалитической геометрии,использовать математическиеметоды аналитической геометрии впрактической и профессиональнойдеятельности; Владеть: навыками применятьматематические понятияаналитической геометрии приописании типовыхпрофессиональных задач ииспользование математическихметодов при их** | 1 | 8 | 0 | 0 | ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Тестирование Контрольнаяработа |
| 1.6 | **Тема 2. Аналитическая геометрия.Прямая на плоскости и впространстве. Плоскость. Кривыевторого порядка. Поверхноститвторого порядка. Изучить теоретический материална основе лекций и рекомендуемойлитературы; подготовится кпрактическим занятиям; устномуопросу по вопросам длясамоподготовки, решению задач. Краткое содержание: определение ивиды различных уравнений прямойна плоскости, условияпараллельности иперпендикулярности прямых, уголмежду прямыми; вывод уравненийокружности, эллипса, гиперболы ипараболы; плоскость,** | 1 | 44 | 0 | 0 | ОПК-2.1,ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Вопросы к самоподготовке |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **уравнение плоскости, взаимноерасположение плоскостей, уголмежду плоскостями, расстояние отточки до плоскости; общее иканоническое уравнение прямой впространстве, угол между прямымив пространстве, взаимноерасположение прямой и плоскости;исследование поверхностей второгопорядка методом параллельныхсечений, канонический видуравнений поверхностей второгопорядка. Знать: основные понятия и методыаналитической геометрии, навыкииспользования математическихметодов аналитической геометрии впрактической и профессиональнойдеятельности; Уметь: свободно решать, обобщать,анализировать задачианалитической геометрии,использовать математическиеметоды аналитической геометрии впрактической и профессиональнойдеятельности; Владеть: навыками применятьматематические понятияаналитической геометрии приописании типовыхпрофессиональных задач ииспользование** | | | | | | |
| 1.7 | **Подготовка и проведение экзамена Знать: основные понятия и методылинейной и векторной алгебры, ианалитической геометрии,использовать методы линейной ивекторной алгебры, ианалитической геометрии впрактической и профессиональнойдеятельности; Уметь: свободно решать, обобщать,анализировать задачи линейной ивекторной алгебры, ианалитической геометрии,использовать методы линейной ивекторной алгебры, ианалитической геометрии впрактической и профессиональнойдеятельности; Владеть: навыками применятьматематические понятия линейнойи векторной алгебры, ианалитической геометрии приописании типовыхпрофессиональных задач ииспользование математическихметодов при их решении. /Экзамен/** | 1 | 36 | 0 | 0 | ОПК-2.1,ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Вопросы к экзамену,тестовые заданияпромежуточного контроля |
| | **Раздел 2.Математический анализ** | | | | | | |
| 2.1 | **Тема 3. Функции и пределы.Непрерывность функции.Производная и ее применение. Краткое содержание: определениефункции, свойства функции,классификация функций;определение понятия** | 2 | 2 | 0 | 0 | ОПК-2.1 | Устный опрос |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **числовой последовательности,свойства; определения понятияпредела функции, свойства,основные приемы вычисленияпределов, первый и второйзамечательные пределы;определение непрерывностифункции, классификация точекразрыва; определение производной,правила дифференцирования,производная сложной, неявной,обратной, параметрическойфункций; применение производнойпри вычислении пределов функций;необходимое и достаточные условиянахождения промежутковвозрастания и убывания; понятиеточки экстремума, необходимое идостаточные условиясуществования точек экстремума;понятие точки перегиба,необходимое и достаточное условиесуществование точки перегиба,промежутки выпуклости ивогнутости; нахождение асимптотграфиков функций, схемаисследования функции ипостроения ее графика;определение производнойнескольких независимыхпеременных, частные производные,экстремум функции двухнезависимых переменных. Знать: основные понятия и методывычисления пределов числовыхпоследовательностей и функций,основные понятиядифференциального исчисления,правила, методы и способырешения задач, использованиеметодов математического анализа впрактической и профессиональнойдеятельности; /Лек/** | | | | | | |
| 2.2 | **Тема 3. Функции и пределы.Непрерывность функции.Производная и ее применение. Краткое содержание: определениефункции, свойства функции,классификация функций;определение понятия пределачисловой последовательности,свойства; определения понятияпредела функции, свойства,основные приемы вычисленияпределов, первый и второйзамечательные пределы;определение непрерывностифункции, классификация точекразрыва и их определение;определение производной, правиладифференцирования, вычислениепроизводной сложной, неявной,обратной, параметрическойфункций; применение производнойпри вычислении пределов** | 2 | 8 | 0 | 0 | ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Тестирование Контрольнаяработа |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **достаточные условия нахожденияпромежутков возрастания иубывания; понятие точкиэкстремума, необходимое идостаточные условиясуществования точек экстремума;понятие точки перегиба,необходимое и достаточное условиесуществование точки перегиба,нахождение промежутковвыпуклости и вогнутости;нахождение асимптот графиковфункций, схема исследованияфункции и построения ее графика;определение производнойнескольких независимыхпеременных, частные производные,экстремум функции двухнезависимых переменных. Уметь: решать пределы числовыхпоследовательностей и функций,свободно решать, обобщать,анализировать задачидифференциального исчисления,использовать методыдифференциального исчисления впрактической и профессиональнойдеятельности; Владеть: навыками применятьметоды дифференциальногоисчисления при описании типовыхпрофессиональных задач. /Пр/** | | | | | | |
| 2.3 | **Тема 3. Функции и пределы.Непрерывность функции.Производная и ее применение. Изучить теоретический материална основе лекций и рекомендуемойлитературы; подготовится кпрактическим занятиям; устномуопросу по вопросам длясамоподготовки, решению задач. Краткое содержание: определениефункции, свойства функции,классификация функций;определение понятия пределачисловой последовательности,свойства; определения понятияпредела функции, свойства,основные приемы вычисленияпределов, первый и второйзамечательные пределы;определение непрерывностифункции, классификация точекразрыва; определение производной,правила дифференцирования,производная сложной, неявной,обратной, параметрическойфункций; применение производнойпри вычислении пределов функций;необходимое и достаточные условиянахождения промежутковвозрастания и убывания; понятиеточки экстремума, необходимое идостаточные условиясуществования точек** | 2 | 50 | 0 | 0 | ОПК-2.1,ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Вопросы к самоподготовке |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **необходимое и достаточное условиесуществование точки перегиба,промежутки выпуклости ивогнутости; нахождение асимптотграфиков функций, схемаисследования функции ипостроения ее графика;определение производнойнескольких независимыхпеременных, частные производные,экстремум функции двухнезависимых переменных. Знать: основные понятия и методывычисления пределов числовыхпоследовательностей и функций,основные понятиядифференциального исчисления,правила, методы и способырешения задач, использованиеметодов математического анализа впрактической и профессиональнойдеятельности; Уметь: решать пределы числовыхпоследовательностей и функций,свободно решать, обобщать,анализировать задачидифференциального исчисления,использовать методыдифференциального исчисления впрактической и профессиональнойдеятельности; Владеть: навыками применятьметоды дифференциальногоисчисления при описании типовыхпрофессиональных задач. /Ср/** | | | | | | |
| 2.4 | **Тема 4. Неопределенный интеграл.Методы интегрирования.Определенный интеграл. ФормулаНьютона-Лейбница. Приложенияопределенного интеграла.Несобственные интегралы.Кратные интегралы. Краткое содержание: определениепонятия первообразная,неопределенный интеграл, свойстванеопределенного интеграла; методнепосредственного интегрирования,метод подстановки, методинтегрирования по частям,интегрирования рациональныхдробей, интегрированиетригонометрических функций,интегрирование иррациональныхфункций; определение и задачаприводящая к понятиюопределенный интеграл, свойстваопределенного интеграла, формулаНьютона-Лейбница, основныеметоды вычисления определенногоинтеграла, приложенияопределенного интеграла крешениям задач физики игеометрии; определения и правилавычисления несобственныхинтегралов первого и второго рода,** | 2 | 2 | 0 | 0 | ОПК-2.1 | Устный опрос |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **их приложения; определениякратных интегралов, их свойства,правила вычисления и приложения. Знать: основные понятияинтегрального исчисления,использование методовинтегрального исчисления впрактической и профессиональнойдеятельности; /Лек/** | | | | | | |
| 2.5 | **Тема 4. Неопределенный интеграл.Методы интегрирования.Определенный интеграл. ФормулаНьютона-Лейбница. Приложенияопределенного интеграла.Несобственные интегралы.Кратные интегралы. Краткое содержание: определениепонятия первообразная,неопределенный интеграл, свойстванеопределенного интеграла; методнепосредственного интегрирования,метод подстановки, методинтегрирования по частям,интегрирования рациональныхдробей, интегрированиетригонометрических функций,интегрирование иррациональныхфункций; определение и задачаприводящая к понятиюопределенный интеграл, свойстваопределенного интеграла, формулаНьютона-Лейбница, основныеметоды вычисления определенногоинтеграла, приложенияопределенного интеграла крешениям задач физики игеометрии; определения и правилавычисления несобственныхинтегралов первого и второго рода,их приложения; определениякратных интегралов, их свойства,правила вычисления и приложения. Уметь: свободно решать, обобщать,анализировать задачиинтегрального исчисленияиспользовать методыинтегрального исчисления впрактической и профессиональнойдеятельности; Владеть: навыками для решениязадач интегрального исчисленияпри описании типовыхпрофессиональных задач. /Пр/** | 2 | 8 | 0 | 0 | ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Тестирование Контрольнаяработа |
| 2.6 | **Тема 4. Неопределенный интеграл.Методы интегрирования.Определенный интеграл. ФормулаНьютона-Лейбница. Приложенияопределенного интеграла.Несобственные интегралы.Кратные интегралы. Изучить теоретический материална основе лекций и рекомендуемойлитературы;** | 2 | 47 | 0 | 0 | ОПК-2.1,ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Вопросы к самоподготовке |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **практическим занятиям; устномуопросу по вопросам длясамоподготовки, решению задач. Краткое содержание: определениепонятия первообразная,неопределенный интеграл, свойстванеопределенного интеграла; методнепосредственного интегрирования,метод подстановки, методинтегрирования по частям,интегрирования рациональныхдробей, интегрированиетригонометрических функций,интегрирование иррациональныхфункций; определение и задачаприводящая к понятиюопределенный интеграл, свойстваопределенного интеграла, формулаНьютона-Лейбница, основныеметоды вычисления определенногоинтеграла, приложенияопределенного интеграла крешениям задач физики игеометрии; определения и правилавычисления несобственныхинтегралов первого и второго рода,их приложения; определениякратных интегралов, их свойства,правила вычисления и приложения. Знать: основные понятияинтегрального исчисления,использование методовинтегрального исчисления впрактической и профессиональнойдеятельности; Уметь: свободно решать, обобщать,анализировать задачиинтегрального исчисленияиспользовать методыинтегрального исчисления впрактической и профессиональнойдеятельности; Владеть: навыками для решениязадач интегрального исчисленияпри описании типовыхпрофессиональных задач. /Ср/** | | | | | | |
| 2.7 | **Подготовка и проведение экзамена. Знать: основные понятия и методывычисления пределов числовыхпоследовательностей и функций,основные понятиядифференциального иинтегрального исчисления,правила, методы и способырешения задач, использованиеметодов математического анализа впрактической и профессиональнойдеятельности; Уметь: решать пределы числовыхпоследовательностей и функций,свободно решать, обобщать,анализировать задачидифференциального иинтегрального исчисления,** | 2 | 27 | 0 | 0 | ОПК-2.1,ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Вопросы к экзамену,тестовые заданияпромежуточного контроля |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **использовать методыдифференциального иинтегрального исчисления впрактической и профессиональнойдеятельности; Владеть: навыками применятьметоды дифференциального иинтегрального исчисления приописании типовыхпрофессиональных задач. /Экзамен/** | | | | | | |
| | **Раздел 3.Ряды. Обыкновенныедифференциальные** | | | | | | |
| 3.1 | **Тема 5. Дифференциальныеуравнения. Дифференциальныеуравнения первого порядка.Дифференциальные уравнениявысших порядков. Краткое содержание: понятиедифференциального уравненияпервого порядка, задача Коши,виды дифференциальныхуравнений, решение уравнений сразделяющими переменными,способы решения однородныхдифференциальных уравненийпервого порядка, решениелинейных уравнений, уравненийБернулли, решение уравнений вполных дифференциалах, решениедифференциальные уравнениявысших порядков, решениеоднородных и неоднородныхдифференциальных уравненийвторого порядка с постояннымикоэффициентами. Знать: основные понятия, методы иправила решениядифференциальных уравнений,использовать методыматематического анализа впрактической и профессиональнойдеятельности; /Лек/** | 3 | 2 | 0 | 0 | ОПК-2.1 | Устный опрос |
| 3.2 | **Тема 5. Дифференциальныеуравнения. Дифференциальныеуравнения первого порядка.Дифференциальные уравнениявысших порядков. Краткое содержание: понятиедифференциального уравненияпервого порядка, задача Коши,виды дифференциальныхуравнений, решение уравнений сразделяющими переменными,способы решения однородныхдифференциальных уравненийпервого порядка, решениелинейных уравнений, уравненийБернулли, решение уравнений вполных дифференциалах, решениедифференциальные уравнениявысших порядков, решениеоднородных и неоднородныхдифференциальных уравненийвторого порядка с постояннымикоэффициентами.** | 3 | 8 | 0 | 0 | ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Тестирование Контрольнаяработа |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Уметь: свободно решатьдифференциальные уравнения,использовать методыматематического анализа впрактической и профессиональнойдеятельности; разбираться впрофессиональных вопросах,сформулированных наматематическом языке, строитьлогически обоснованныерассуждения. Владеть: навыками применятьметоды решениядифференциальных уравнений приописании типовыхпрофессиональных задач ииспользование математическихметодов при их решении. /Пр/** | | | | | | |
| 3.3 | **Тема 5. Дифференциальныеуравнения. Дифференциальныеуравнения первого порядка.Дифференциальные уравнениявысших порядков. Изучить теоретический материална основе лекций и рекомендуемойлитературы; подготовится кпрактическим занятиям; устномуопросу по вопросам длясамоподготовки, решению задач. Краткое содержание: понятиедифференциального уравненияпервого порядка, задача Коши,виды дифференциальныхуравнений, решение уравнений сразделяющими переменными,способы решения однородныхдифференциальных уравненийпервого порядка, решениелинейных уравнений, уравненийБернулли, решение уравнений вполных дифференциалах, решениедифференциальные уравнениявысших порядков, решениеоднородных и неоднородныхдифференциальных уравненийвторого порядка с постояннымикоэффициентами. Знать: основные понятия, методы иправила решениядифференциальных уравнений,использовать методыматематического анализа впрактической и профессиональнойдеятельности; Уметь: свободно решатьдифференциальные уравнения,использовать методыматематического анализа впрактической и профессиональнойдеятельности; разбираться впрофессиональных вопросах,сформулированных наматематическом языке, строитьлогически обоснованныерассуждения. Владеть: навыками применять методы решения** | 3 | 44 | 0 | 0 | ОПК-2.1,ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Вопросы к самоподготовке |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **дифференциальных уравнений приописании типовыхпрофессиональных задач ииспользование математическихметодов при их** | | | | | | |
| 3.4 | **Тема 6. Ряды. Числовые ряды. Рядыс положительными членами.Знакочередующиеся ряды. Функциональные ряды, степенныеряды. Приближенные вычислениязначений функций с помощьюстепенных рядов. Применениестепенных рядов к вычислениюпределов и определенныхинтегралов. Ряд Фурье.Комплексные числа. ИнтегралФурье.<br>Краткое содержание: понятиечислового ряда, необходимоеусловие сходимости числовыхрядов, достаточные признакисходимости числовых рядов;понятие знакочередующегося изнакопеременного ряда, признакЛейбница сходимостизнакочередующихся рядов,абсолютная и условная сходимостьзнакопеременных рядов;определение функционального истепенного ряда, радиус и интервалсходимости степенных рядов,разложение функций в степенныеряды, применение степенных рядовв приближенном вычислении;понятие ряда Фурье.<br>Знать: основные понятия по темеряды, использование методовматематического анализа впрактической и профессиональнойдеятельности;<br><br>/Лек/** | 3 | 2 | 0 | 0 | ОПК-2.1 | Устный опрос |
| 3.5 | **Тема 6. Ряды. Числовые ряды. Рядыс положительными членами.Знакочередующиеся ряды. Функциональные ряды, степенныеряды. Приближенные вычислениязначений функций с помощьюстепенных рядов. Применениестепенных рядов к вычислениюпределов и определенныхинтегралов. Ряд Фурье.Комплексные числа. ИнтегралФурье.<br>Краткое содержание: понятиечислового ряда, необходимоеусловие сходимости числовыхрядов, достаточные признакисходимости числовых рядов;понятие знакочередующегося изнакопеременного ряда, признакЛейбница сходимостизнакочередующихся рядов,абсолютная и условная сходимостьзнакопеременных рядов;определение функционального истепенного ряда, радиус и интервалсходимости степенных рядов,** | 3 | 8 | 0 | 0 | ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Тестирование<br>Контрольнаяработа |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **разложение функций в степенныеряды, применение степенных рядовв приближенном вычислении;понятие ряда Фурье. Уметь: свободно решать, обобщать,анализировать задачи по теме ряды,использовать методыматематического анализа впрактической и профессиональнойдеятельности; Владеть: навыками применятьметоды теории рядов при описаниитиповых профессиональных задач ииспользование математическихметодов при их** | | | | | | |
| 3.6 | **Тема 6. Ряды. Числовые ряды. Рядыс положительными членами.Знакочередующиеся ряды. Функциональные ряды, степенныеряды. Приближенные вычислениязначений функций с помощьюстепенных рядов. Применениестепенных рядов к вычислениюпределов и определенныхинтегралов. Ряд Фурье.Комплексные числа. ИнтегралФурье. Изучить теоретический материална основе лекций и рекомендуемойлитературы; подготовится кпрактическим занятиям; устномуопросу по вопросам длясамоподготовки, решению задач. Краткое содержание: понятиечислового ряда, необходимоеусловие сходимости числовыхрядов, достаточные признакисходимости числовых рядов;понятие знакочередующегося изнакопеременного ряда, признакЛейбница сходимостизнакочередующихся рядов,абсолютная и условная сходимостьзнакопеременных рядов;определение функционального истепенного ряда, радиус и интервалсходимости степенных рядов,разложение функций в степенныеряды, применение степенных рядовв приближенном вычислении;понятие ряда Фурье. Знать: основные понятия по темеряды, использование методовматематического анализа впрактической и профессиональнойдеятельности; Уметь: свободно решать, обобщать,анализировать задачи по теме ряды,использовать методыматематического анализа впрактической и профессиональнойдеятельности; Владеть: навыками применятьметоды теории рядов при описаниитиповых профессиональных задач ииспользование** | 3 | 44 | 0 | 0 | ОПК-2.1,ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Вопросы к самоподготовке |
| 3.7 | **Подготовка и проведение экзамена.** | 3 | 36 | 0 | 0 | ОПК- | Вопросы к экзамену, |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Знать: основные понятия по темеряды, методы и правила решениядифференциальных уравнений,использовать методыматематического анализа впрактической и профессиональнойдеятельности; Уметь: свободно решатьдифференциальные уравнения,обобщать и анализировать задачипо теме ряды, использовать методыматематического анализа впрактической и профессиональнойдеятельности; Владеть: навыками применятьметоды решениядифференциальных уравнений итеории рядов при описаниитиповых профессиональных задач ииспользование математическихметодов при их** | | | | | 2.1,ОПК-2.2,ОПК-2.3 | тестовые заданияпромежуточного контроля |
| | **Раздел 4.Теория вероятностей иматематическая статистика** | | | | | | |
| 4.1 | **Тема 7. Случайные события.Случайные величины. Краткое содержание: понятиеслучайного события, видыслучайных событий, классическоеопределение вероятности, свойствавероятности, статистическоеопределение вероятности, егосвойство; определение суммы ипроизведения события, теоремысложения и умножения, следствияиз них; формула полнойвероятности, формула Байеса;формула Бернулли, формулаПуассона, локальная иинтегральная формула МуавраЛапласа; виды случайных величин,законы распределения случайныхвеличин, числовые характеристикислучайных величин; двумернаяслучайная величина, законбольших чисел. Знать: основные понятия теориивероятностей, использовать методытеории вероятностей впрактической и профессиональнойдеятельности, алгоритмы решениястандартных задач; /Лек/** | 4 | 2 | 0 | 0 | ОПК-2.1 | Устный опрос |
| 4.2 | **Тема 7. Случайные события.Случайные величины. Краткое содержание: понятиеслучайного события, видыслучайных событий, классическоеопределение вероятности, свойствавероятности, статистическоеопределение вероятности, егосвойство; определение суммы ипроизведения события, теоремысложения и умножения, следствияиз них; формула полнойвероятности, формула Байеса;формула Бернулли, формулаПуассона, локальная и** | 4 | 8 | 0 | 0 | ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Тестирование Контрольнаяработа |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **интегральная формула МуавраЛапласа; виды случайных величин,законы распределения случайныхвеличин, числовые характеристикислучайных величин; двумернаяслучайная величина, законбольших чисел. Уметь: свободно решать, обобщать,анализировать задачи теориивероятностей, использовать методытеории вероятностей впрактической и профессиональнойдеятельности; разбираться впрофессиональных вопросах,сформулированных наматематическом языке; Владеть: навыками применятьметоды теории вероятностей приописании типовыхпрофессиональных задач ииспользование математическихметодов при их решении. /Пр/** | | | | | | |
| 4.3 | **Тема 7. Случайные события.Случайные величины. Изучить теоретический материална основе лекций и рекомендуемойлитературы; подготовится кпрактическим занятиям; устномуопросу по вопросам длясамоподготовки, решению задач. Краткое содержание: понятиеслучайного события, видыслучайных событий, классическоеопределение вероятности, свойствавероятности, статистическоеопределение вероятности, егосвойство; определение суммы ипроизведения события, теоремысложения и умножения, следствияиз них; формула полнойвероятности, формула Байеса;формула Бернулли, формулаПуассона, локальная иинтегральная формула МуавраЛапласа; виды случайных величин,законы распределения случайныхвеличин, числовые характеристикислучайных величин; двумернаяслучайная величина, законбольших чисел. Знать: основные понятия теориивероятностей, использовать методытеории вероятностей впрактической и профессиональнойдеятельности, алгоритмы решениястандартных задач; Уметь: свободно решать, обобщать,анализировать задачи теориивероятностей, использовать методытеории вероятностей впрактической и профессиональнойдеятельности; разбираться впрофессиональных вопросах,сформулированных наматематическом языке; Владеть: навыками применятьметоды теории вероятностей приописании типовых** | 4 | 44 | 0 | 0 | ОПК-2.1,ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Вопросы к самоподготовке |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **профессиональных задач ииспользование математическихметодов при их** | | | | | | |
| 4.4 | **Тема 8. Математическая статистикаГенеральная совокупность.Выборка и способы ее организации.Оценки параметров.Статистическое оценивание ипроверка гипотез, статистическиеметоды обработкиэкспериментальных данных. Краткое содержание: понятиегенеральной и выборочнойсовокупности, статистическоераспределение выборки, полигон игистограмма; точечные иинтервальные оценки,статистические оценки, проверкагипотез. Знать: основные понятияматематической статистики,использовать методыматематической статистики впрактической и профессиональнойдеятельности, алгоритмы решениястандартных задач, методыматематической обработкиданных; /Лек/** | 4 | 2 | 0 | 0 | ОПК-2.1 | Устный опрос |
| 4.5 | **Тема 8. Математическая статистикаГенеральная совокупность.Выборка и способы ее организации.Оценки параметров.Статистическое оценивание ипроверка гипотез, статистическиеметоды обработкиэкспериментальных данных. Краткое содержание: понятиегенеральной и выборочнойсовокупности, статистическоераспределение выборки, полигон игистограмма; точечные иинтервальные оценки,статистические оценки, проверкагипотез. Уметь: свободно решать, обобщать,анализировать задачиматематической статистики,использовать методыматематической статистики впрактической и профессиональнойдеятельности; Владеть: навыками применятьметоды математической статистикипри описании типовыхпрофессиональных задач ииспользование математическихметодов при их** | 4 | 8 | 0 | 0 | ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Тестирование |
| 4.6 | **Тема 8. Математическая статистикаГенеральная совокупность.Выборка и способы ее организации.Оценки параметров.Статистическое оценивание ипроверка гипотез, статистическиеметоды обработкиэкспериментальных данных. Изучить теоретический материална основе лекций и рекомендуемойлитературы;** | 4 | 44 | 0 | 0 | ОПК-2.1,ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Вопросы к самоподготовке |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **практическим занятиям; устномуопросу по вопросам длясамоподготовки, решению задач.<br>Краткое содержание: понятиегенеральной и выборочнойсовокупности, статистическоераспределение выборки, полигон игистограмма; точечные иинтервальные оценки,статистические оценки, проверкагипотез.<br>Знать: основные понятияматематической статистики,использовать методыматематической статистики впрактической и профессиональнойдеятельности, алгоритмы решениястандартных задач, методыматематической обработки данных;<br>Уметь: свободно решать, обобщать,анализировать задачиматематической статистики,использовать методыматематической статистики впрактической и профессиональнойдеятельности;<br>Владеть: навыками применятьметоды математической статистикипри описании типовыхпрофессиональных задач ииспользование математическихметодов при их решении.<br>/Ср/** | | | | | | |
| 4.7 | **Подготовка и проведение экзамена.<br>Знает фундаментальные законыфизики, биохимии, органической,неорганической, аналитической,физической и коллоидной химии,пищевой химии и современныефизико-химические методы анализа<br>Умеет использовать базовые знанияв области естественнонаучныхдисциплин для управленияпроцессом производства продуктовпитания на основе прогнозированияпревращений основныхструктурных компонентов<br>Владеет методами исследованийестественных наук для решениязадач профессиональнойдеятельности; навыкамииспользования в практическойдеятельности специализированныхзнаний для освоения физических,химических, биохимических,биотехнологических,микробиологических,тепло физических процессов,происходящих при производствепродуктов питания /Экзамен/** | 4 | 36 | 0 | 0 | ОПК-2.1,ОПК-2.2,ОПК-2.3 | Вопросы к экзамену,тестовые заданияпромежуточного контроля |

**Перечень применяемых активных и интерактивных образовательных технологий:**

***Технология обучения в сотрудничестве***

Технология обучения в сотрудничестве используется в образовательной практике для преодоления последствийиндивидуального характера учебной деятельности субъектов и их стремлений исключительно к индивидуальным образовательным достижениям. Она позволяет обогатить опыт и приобрести через учебный труд те навыки совместимойдеятельности, которые затем могут стать необходимыми в будущей профессиональной и социальной деятельности втечение жизни. Цель технологии состоит в формировании умений у субъектов образовательного процесса эффективноработать сообща во временных командах и группах и добиваться качественных образовательных результатов

***Технология проблемного обучения***

Это такая организация педагогического процесса, когда обучающийся систематически включается преподавателем впоиск решения новых для него проблем. Структура процесса проблемного обучения представляет собой системусвязанных между собой и усложняющихся проблемных ситуаций. Они стимулируют интерес учащихся, заставляют иханализировать ситуацию, выделяя известные и неизвестные данные, выдвигать предположения по решению проблемы ипроверке правильности этих предположений, таким образом, учащийся самостоятельно выстраивает траекторию своейучебной деятельности. Концепция проблемного обучения имеет в своей основе развитие, а не усвоение знаний, вместе стем, в ней заложена идея большей прочности знаний при их самостоятельном приобретении учащимся

## 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная (внеаудиторная) работа обучающегося (далее - СРС) – это планируемая учебная, практическая, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время (свободное от аудиторных учебных занятий) по заданию и при методическом руководствепедагогического работника, отнесенного к профессорско-преподавательскому составу (далее – преподаватель) и (или) лиц,привлекаемых к реализации образовательных программ на иных условиях, но без их непосредственного участия.

СРС по заданию и при методическом руководстве преподавателя и (или) лиц, привлекаемых к реализации образовательныхпрограмм на иных условиях, реализуется во время групповых консультаций и (или) индивидуальной работы обучающихся спреподавателями Университета и (или) лиц, привлекаемых к реализации образовательных программ на иных условиях (втом числе индивидуальных консультаций), а также во время текущего контроля выполнения заданий, отнесенных ксамостоятельной работе обучающихся.

Целью СРС является овладение формирование компетенций через овладение знаниями, умениями и навыкамипрофессиональной деятельности по направлению подготовки (специальности). Самостоятельная работа являетсяобязательной для каждого обучающегося.

Формы самостоятельной работы обучающихся определяются преподавателями кафедр Университета при разработкерабочих программ дисциплин (модулей), рабочих программ практик, НИР, программ государственной итоговой (итоговой)аттестации, методических указаний по выполнению практических, лабораторных работ, написанию курсовыхработ/проектов и ВКР в соответствии с их содержанием.

В университете оборудованы специальные помещения для самостоятельной работы обучающихся. Помещения длясамостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную средуУниверситета.

## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

### 6.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования индикаторов их достижения в процессе освоенияОПОП

**ОПК-2:Способен применять основные законы и методы исследований естественных наук для решения задачпрофессиональной деятельности**

***Недостаточный уровень:***

Знания фундаментальных законов физики, биохимии, органической, неорганической, аналитической, физической иколлоидной химии, пищевой химии и современные физико-химические методы анализа отсутствуют;

Умения использовать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин для управления процессом производствапродуктов питания на основе прогнозирования превращений основных структурных компонентов не сформированы;

Владение методами исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности отсутствуют;

***Пороговый уровень:***

Сформированы базовые знания фундаментальных законов физики, биохимии, органической, неорганической,аналитической, физической и коллоидной химии, пищевой химии и современные физико-химические методы анализа;

Умения использовать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин для управления процессом производствапродуктов питания на основе прогнозирования превращений основных структурных компонентов фрагментарны и носятрепродуктивный характер;

Владеет методами исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности;

***Продвинутый уровень:***

Знания фундаментальных законов физики, биохимии, органической, неорганической, аналитической, физической иколлоидной химии, пищевой химии и современные физико-химические методы анализа обширные, системные;

Умения использовать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин для управления процессом производствапродуктов питания на основе прогнозирования превращений основных структурных компонентов носят репродуктивныйхарактер применяются к решению типовых заданий;

Владеет методами исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности; навыкамииспользования в практической деятельности специализированных знаний для освоения физических, химических,биохимических процессов;

***Высокий уровень:***

Знания фундаментальных законов физики, биохимии, органической, неорганической, аналитической, физической иколлоидной химии, пищевой химии и современные физико-химические методы анализа твердые, аргументированные,всесторонние;

Умения использовать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин для управления процессом производствапродуктов питания на основе прогнозирования превращений основных структурных компонентов успешно применяются крешению как типовых, так и нестандартных творческих заданий;

Владеет методами исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности; навыкамииспользования в практической деятельности специализированных знаний для освоения физических, химических,биохимических, биотехнологических, микробиологических, теплофизических процессов, происходящих при производствепродуктов питания;

**6.2. Шкала оценивания в зависимости от уровня сформированности компетенций**

**Уровень сформированности компетенций**

| Характеристики индикаторов достижения | **1. Недостаточный: компетенци** | **2. Пороговый: компетенциисформированы.** | **3. Продвинутый: компетенциисформированы.** | **4. Высокий: компетенциисформированы.** |
|---|---|---|---|---|
| **Знания:** | Знания отсутствуют. | Сформированы базовыеструктуры знаний. | Знания обширные,системные. | Знания твердые,аргументированные, всесторонние. |
| **Умения:** | Умения несформированы. | Умения фрагментарны иносят репродуктивныйхарактер. | Умения носятрепродуктивныйхарактер применяются крешению типовыхзаданий. | Умения успешнопременяются к решениюкак типовых, так инестандартныхтворческих заданий. |
| **Навыки:** | Навыки несформированы. | Демонстрируется низкийуровеньсамостоятельностипрактического навыка. | Демонстрируетсядостаточный уровеньсамостоятельностиустойчивогопрактического навыка. | Демонстрируетсявысокий уровеньсамостоятельности,высокая адаптивностьпрактического навыка. |

**Описание критериев оценивания**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Обучающийся демонстрирует:<br>- существенные пробелы взнаниях учебного материала;<br>- допускаютсяпринципиальные ошибки приответе на основные вопросыбилета, отсутствует знание ипонимание основных понятийи категорий;<br>- непонимание сущностидополнительных вопросов врамках заданий билета;<br>- отсутствие умениявыполнять практическиезадания, предусмотренныепрограммой дисциплины;<br>- отсутствие готовности(способности) к дискуссии инизкая степень контактности. | Обучающийся демонстрирует:<br>- знания теоретическогоматериала;<br>- неполные ответы наосновные вопросы, ошибки вответе, недостаточноепонимание сущностиизлагаемых вопросов;<br>- неуверенные и неточныеответы на дополнительныевопросы;<br>- недостаточное владениелитературой,рекомендованной программойдисциплины;<br>- умение без грубых ошибокрешать практические задания,которые следует выполнить. | Обучающийся демонстрирует:<br>- знание и пониманиеосновных вопросовконтролируемого объемапрограммного материала;<br>- твердые знаниятеоретического материала;<br>-способность устанавливать иобъяснять связь практики итеории, выявлятьпротиворечия, проблемы итенденции развития;<br>- правильные и конкретные,без грубых ошибок ответы напоставленные вопросы;<br>- умение решать практическиезадания, которые следуетвыполнить;<br>- владение основнойлитературой,рекомендованной программойдисциплины;<br>- наличие собственнойобоснованной позиции пообсуждаемым вопросам.<br>Возможны незначительныеоговорки и неточности враскрытии отдельныхположений вопросов билета,присутствует неуверенность | Обучающийся демонстрирует:<br>- глубокие, всесторонние иаргументированные знанияпрограммного материала;<br>- полное понимание сущностии взаимосвязирассматриваемых процессов иявлений, точное знаниеосновных понятий в рамкахобсуждаемых заданий;<br>- способность устанавливать иобъяснять связь практики итеории;<br>- логическипоследовательные,содержательные, конкретныеи исчерпывающие ответы навсе задания билета, а такжедополнительные вопросыэкзаменатора;<br>- умение решатьпрактические задания;<br>- свободное использование ответах на вопросыматериалов рекомендованнойосновной и дополнительнойлитературы. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | в ответах на дополнительныевопросы. | |
| **Оценка «незачет», «неудовлетворительно»** | **Оценка «зачтено/удовлетворительно», «удовлетворительно»** | **Оценка «зачтено/хорошо», «хорошо»** | **Оценка «зачтено/отлично», «отлично»** |

**Оценочные средства, обеспечивающие диагностику сформированности компетенций, заявленных в рабочейпрограмме по дисциплине (молулю) для проведения промежуточной аттестации**

| |
|---|
| **ОЦЕНИВАНИЕ УРОВНЯ ЗНАНИЙ: Теоретический блок вопросов. Уровень освоения программного материала,логика и грамотность изложения, умение самостоятельно обобщать и излагать материал.** |
| 1. Недостаточный уровень |
| Знания фундаментальных законов физики, биохимии, органической, неорганической, аналитической, физической иколлоидной химии, пищевой химии и современные физико-химические методы анализа отсутствуют; |
| Умения использовать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин для управления процессом производствапродуктов питания на основе прогнозирования превращений основных структурных компонентов не сформированы; |
| Владение методами исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности отсутствуют; |
| 2. Пороговый уровень |
| Сформированы базовые знания фундаментальных законов физики, биохимии, органической, неорганической,аналитической, физической и коллоидной химии, пищевой химии и современные физико-химические методы анализа; |
| Умения использовать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин для управления процессом производствапродуктов питания на основе прогнозирования превращений основных структурных компонентов фрагментарны и носятрепродуктивный характер; |
| Владеет методами исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности; |
| 3. Продвинутый уровень |
| Знания фундаментальных законов физики, биохимии, органической, неорганической, аналитической, физической иколлоидной химии, пищевой химии и современные физико-химические методы анализа обширные, системные; |
| Умения использовать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин для управления процессом производствапродуктов питания на основе прогнозирования превращений основных структурных компонентов носят репродуктивныйхарактер применяются к решению типовых заданий; |
| Владеет методами исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности; навыкамииспользования в практической деятельности специализированных знаний для освоения физических, химических,биохимических процессов; |
| 4. Высокий уровень |
| Знания фундаментальных законов физики, биохимии, органической, неорганической, аналитической, физической иколлоидной химии, пищевой химии и современные физико-химические методы анализа твердые, аргументированные,всесторонние; |
| Умения использовать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин для управления процессом производствапродуктов питания на основе прогнозирования превращений основных структурных компонентов успешно применяются крешению как типовых, так и нестандартных творческих заданий; |
| Владеет методами исследований естественных наук для решения задач профессиональной деятельности; навыкамииспользования в практической деятельности специализированных знаний для освоения физических, химических,биохимических, биотехнологических, микробиологических, теплофизических процессов, происходящих при производствепродуктов питания; |

**6.3. Оценочные средства текущего контроля (примерные темы докладов, рефератов, эссе)**
Вопросы для устного опроса.

Тема 1. Матрицы и определители. Исследование системы линейных уравнений. Векторы, операции над векторами.
1. Каковы основные свойства определителей?
2. Что называется минором и алгебраическим дополнением?
3. Каковы способы вычисления определителей?
4. Что называется матрицей? Приведите примеры.
5. Какие действия установлены над матрицами? Как они определяются и каковы их основные свойства?
6. Какая матрица называется обратной для данной матрицы А?
7. Для любой ли матрицы существует обратная?
8. Если нет, то какому условию должна удовлетворять данная матрица, чтобы для неё существовала обратнаяматрица? Как найти обратную матрицу?
9. Что называется рангом матрицы?
10. Какой вид имеют формулы Крамера и в каком случае они применяются при решении систем линейныхуравнений?
11. При каком условии система линейных уравнений имеет единственное решение?
12. Опишите матричный способ решения систем линейных уравнений.
13. В чём состоит сущность метода Гаусса для исследования и решения системы линейных уравнений? Опишитесхему его применения.
14. Каково условие совместности систем линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли)?
15. Каково условие определённости и неопределённости совместной системы?
16. Как найти общее решение системы линейных уравнений?
17. Как найти фундаментальное решение системы линейных уравнений?

18. Дайте определение линейного пространства и приведите примеры линейных пространств. Что называетсявектором?
19. Дайте определение линейной зависимости и независимости системы векторов.
20. Что называется размерностью линейного пространства? Приведите примеры.
21. Что называется скалярным произведением векторов? Каковы его свойства и выражение через координатывекторов-сомножителей?
22. Что называется векторным произведением векторов? Каковы его свойства и выражение через координатывекторой-сомножителей?
23. Каковы условия коллинеарности и перпендикулярности двух векторов и как они выражаются через координатывекторов?
24. Что называется смешанным произведением векторов? Каковы его свойства и выражение через координатывекторов-сомножителей?
25. Каковы условия компланарности трёх векторов и как они выражаются через координаты векторов?

Тема 2 Аналитическая геометрия. Прямая на плоскости и в пространстве. Плоскость. Кривые второго порядка. Поверхностивторого порядка.

1. Какие виды уравнения прямой на плоскости вам известны?
2. Как найти угол между прямыми на плоскости?
3. Как проверить условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости?
4. Какой вид имеет каноническое уравнение эллипса?
5. Какой вид имеет каноническое уравнение гиперболы?
6. Какой вид имеет каноническое уравнение параболы?
7. Какие виды уравнения прямой в пространстве вам известны?
8. Как найти угол между прямыми в пространстве?
9. Как проверить условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве?
10. Какие виды уравнения плоскостей вам известны?
11. Как найти угол между плоскостями?
12. Как проверить условия параллельности и перпендикулярности плоскостей?
13. Как найти угол между прямой и плоскостью?
14. Какие взаимные расположения прямой и плоскости вам известны, как их установить?
15. Какие поверхности второго порядка вам известны, приведите их канонические уравнения?

Тема 3. Функции и пределы. Непрерывность функции. Производная и ее применение.

1. Что называется функцией?
2. Что называется областью определения функции?
3. Перечислите основные элементарные функции.
4. Что называется пределом числовой последовательности?
5. Что называется пределом переменной, пределом функции?
6. Что называется бесконечно малой функцией?
7. Поясните графически первый замечательный предел?
8. Перечислите основные приемы раскрытия неопределенностей возникающих при вычислении пределов функций.
9. Какая функция называется непрерывной в точке?
10. Какая точка называется точкой разрыва I рода, II рода (в чём отличие)?
11. Дать определение производной.
12. Геометрический смысл производной.
13. Механический смысл производной.
14. Что является наибольшим и наименьшим значением функции на отрезке?
15. В чем заключается правило Лопиталя? Приведите примеры.
16. Каковы признаки возрастания и убывания функции?
17. Как найти максимум и минимум функции?
18. Как находится интеграл выпуклости и вогнутости и точки перегиба кривой, заданной уравнением y = f(x).
19. Сформулируйте определения функции двух и трех переменных.
20. Как можно геометрически изобразить функцию двух переменных?
21. Сформулируйте определения частных производных.
22. Как определяется экстремум функции двух переменных?

Тема 4. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Кратные интегралы.

1. Что называется функцией?
2. Что называется областью определения функции?
3. Перечислите основные элементарные функции.
4. Что называется пределом числовой последовательности?
5. Что называется пределом переменной, пределом функции?
6. Что называется бесконечно малой функцией?
7. Поясните графически первый замечательный предел?
8. Перечислите основные приемы раскрытия неопределенностей возникающих при вычислении пределов функций.
9. Какая функция называется непрерывной в точке?
10. Какая точка называется точкой разрыва I рода, II рода (в чём отличие)?
11. Дать определение производной.

15. В чем заключается правило Лопиталя? Приведите примеры.
16. Каковы признаки возрастания и убывания функции?
17. Как найти максимум и минимум функции?
18. Как находится интеграл выпуклости и вогнутости и точки перегиба кривой, заданной уравнением y = f(x).
19. Сформулируйте определения функции двух и трех переменных.
20. Как можно геометрически изобразить функцию двух переменных?
21. Сформулируйте определения частных производных.
22. Как определяется экстремум функции двух переменных?

Тема 5. Дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнениявысших порядков.

1. Понятие дифференциального уравнения (обыкновенного). Порядок уравнения. Общее и частное решения.
2. Дифференциальное уравнение 1-го порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения
3. Дифференциальное уравнение 1-го порядка с разделяющимися переменными.
4. Однородное дифференциальное уравнение 1-го порядка. Пример.
5. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
6. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, не содержащие в явном виде независимую переменную X(понижение порядка).
7. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, не содержащие в явном виде искомой функции У (понижениепорядка).
8. Однородное линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Общеерешение.
9. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Общее ичастное решения. Задача Коши.
10. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида f(x)= edx(M Cosx + N Sinx).
11. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида f(x)=Pn(x)e^dx

Тема 6. Ряды. Числовые ряды. Ряды с положительными членами. Знакочередующиеся ряды. Функциональные ряды,степенные ряды. Приближенные вычисления значений функций с помощью степенных рядов. Применение степенных рядовк вычислению пределов и определенных интегралов. Ряд Фурье. Комплексные числа. Интеграл Фурье.

1. Определение числового ряды.
2. Необходимый и достаточные признаки сходимости.
3. Определение знакопеременного и знакочередующегося рядов.
4. Абсолютная и условная сходимость.
5. Определение степенного ряда.
6. Теорема Абеля. Интервал сходимости, радиус сходимости.
7. Применение степенных рядов.
8. Тригонометрический ряд и его основные свойства.
9. Как определяется сходимость ряда Фурье?
10. Ряд Фурье для четных и нечетных функций.
11. Ряд Фурье с периодом 2l.
12. Приложения ряда Фурье.

Тема 7. Случайные события. Случайные величины.

1. Классическое и статистическое определение вероятности.
2. Основные определения теории вероятностей и их виды. Независимые и зависимые, несовместные и совместныесобытия. Полная группа со¬бытий. Непосредственный подсчёт вероятности.
3. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей для несовместных и совместных событий.
4. Условия вероятности. Теоремы умножения для зависимых и независимых событий.
5. Формула полной вероятности. Переоценка гипотез, формулы Бейеса.
6. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.
7. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
8. Формула Пуассона как асимптотическое приближение формулы Бернулли. Редкие события.
9. Какая случайная величина называется дискретной?
10. Что является законом распределения дискретной случайной величины?
11. Что называется математическим ожиданием и дисперсией?
12. Каковы свойства математического ожидания и дисперсии?
13. По какой формуле вычисляется дисперсия?
14. Что называется средним квадратическим отклонением?
15. Функция распределения, ее свойства.
16. Плотность распределения, ее свойства.
17. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
18. Как связаны интегральная функция распределения и плотность распределения вероятностей (дифференциальнаяфункция распределения вероятностей)?
19. Дать определение системы случайных величин.
20. Перечислить законы распределения случайных величин.

2. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативность выборки.
3. Вариационный ряд и статистическое распределение выборки.
4. Статистическое распределение выборки.
5. Понятие частот и относительных частот.
6. Полигон и гистограмма.
7. Эмпирическая функция распределения, её свойства.
8. Генеральная и выборочная средняя.
9. Генеральная и выборочная дисперсия.
10. Статистические оценки параметров распределения: несмещённые, эффективные, состоятельные. Погрешностьоценки.
11. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Определение необходимого объёма выборки.
12. Доверительный интервал для оценки математического ожидания.
13. Доверительный интервал для оценки для оценки среднего квадратического отклонения.
14. Оценка вероятности по относительной частоте.
15. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы.
16. Ошибки первого и второго рода.
17. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы.
18. Критическая область. Область принятия гипотезы.

Вопросы к самоподготовке см. Приложение № 1
Контрольные работы см. Приложение № 2.
Тестовые задания см. Приложение № 3.

**6.4. Оценочные средства промежуточной аттестации.**
Тестовые задания для промежуточного контроля см. Приложение № 4.
Вопросы промежуточной аттестации см. Приложение № 5

**6.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов)**
Учебным планом не предусмотрено

**6.6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**
Методические рекомендации по работе с конспектом лекций

Просмотрите конспект сразу после занятий. Пометьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения дляпонимания. Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя предлагаемую литературу. Еслисамостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь на текущей консультации или наближайшей лекции за помощью к преподавателю. Каждую неделю рекомендуется отводить время для повторенияпройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.
Работа с рекомендованной литературой:
При работе с основной и дополнительной литературой целесообразно придерживаться такой последовательности. Сначалапрочитать весь заданный текст в быстром темпе. Цель такого чтения заключается в том, чтобы создать общее представлениеоб изучаемом материале, понять общий смысл прочитанного. Затем прочитать вторично, более медленно, чтобы в ходечтения понять и запомнить смысл каждой фразы, каждого положения и вопроса в целом. Чтение приносит пользу истановится продуктивным, когда сопровождается записями. Это может быть составление плана прочитанного текста,тезисы или выписки, конспектирование и др. Выбор вида записи зависит от характера изучаемого материала и целей работыс ним. Если содержание материала несложное, легко усваиваемое, можно ограничиться составлением плана. Если материалсодержит новую и трудно усваиваемую информацию, целесообразно его законспектировать. План – это схема прочитанногоматериала, перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Конспект – этосистематизированное, логичное изложение материала источника. Различаются четыре типа конспектов: - план-конспект –это развернутый детализированный план, в котором по наиболее сложным вопросам даются подробные пояснения, -текстуальный конспект – это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника, - свободный конспект – эточетко и кратко изложенные основные положения в результате глубокого изучения материала, могут присутствоватьвыписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом, - тематический конспект – составляется наоснове изучения ряда источников и дает ответ по изучаемому вопросу. В процессе изучения материала источника исоставления конспекта нужно обязательно применять различные выделения, подзаголовки, создавая блочную структуруконспекта. Это делает конспект легко воспринимаемым и удобным для работы.

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Практические занятия представляют особую форму сочетания теории и практики. Их назначение – углубление проработкитеоретического материала предмета путем регулярной и планомерной самостоятельной работы студентов на протяжениивсего курса. Процесс подготовки к практическим занятиям включает изучение нормативных документов, обязательной идополнительной литературы по рассматриваемому вопросу. Непосредственное проведение практического занятияпредполагает, например:  индивидуальные выступления студентов с сообщениями по какому-либо вопросу изучаемойтемы;  фронтальное обсуждение рассматриваемой проблемы, обобщения и выводы;  решение задач и упражнений пообразцу;  решение вариантных задач и упражнений;  решение ситуационных производственных (профессиональных)задач;  проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности.  выполнениеконтрольных работ;  работу с тестами. При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется: внимательноознакомиться с тематикой практического занятия; прочесть конспект лекции по теме, изучить рекомендованную

литературу; составить краткий план ответа на каждый вопрос практического занятия; проверить свои знания, отвечая навопросы для самопроверки; если встретятся незнакомые термины, обязательно обратиться к словарю и зафиксировать их втетради. Все письменные задания выполнять в рабочей тетради. Практические занятия развивают у студентов навыкисамостоятельной работы по решению конкретных задач.

Методические рекомендации по подготовке к лабораторным работам

Лабораторные работы представляют одну из форм освоения теоретического материала с одновременным формированиемпрактических навыков в изучаемой дисциплине. Их назначение – углубление проработки теоретического материала,формирование практических навыков путем регулярной и планомерной самостоятельной работы студентов на протяжениивсего курса. Процесс подготовки к лабораторным работам включает изучение нормативных документов, обязательной идополнительной литературы по рассматриваемому вопросу. Непосредственное проведение лабораторной работыпредполагает:  изучение теоретического материала по теме лабораторной работы (по вопросам изучаемой темы); выполнение необходимых расчетов и экспериментов;  оформление отчета с заполнением необходимых таблиц,построением графиков, подготовкой выводов по проделанным экспериментам и теоретическим расчетам;  по каждойлабораторной работе проводится контроль: проверяется содержание отчета, проверяется усвоение теоретическогоматериала. Контроль усвоения теоретического материала является индивидуальным.

Методические указания по выполнению отчёта к лабораторным работам

Основным требованием по выполнению лабораторных и практических работ является полное исчерпывающее описаниевсей проделанной работы, позволяющее судить о полученных результатах, степени выполнения и профессиональнойподготовки студентов.
Методические указания обеспечивают комплексный подход в учебной работе студентов, единство и преемственноститребований к оформлению результатов работы на разных этапах обучения. С единых позиций приведены основныетребования по структуре, оформлению и содержанию отчета по лабораторным и практическим работам.
Структура отчёта:
- цель работы;
- краткие теоретические сведения;
- ход выполнения работы;
- выводы.
Дополнительными элементы:
- приложения;
- библиографический список.
Требования к содержанию отчёта:
1. Титульный лист
В верхнем поле листа указывают полное наименование учебного заведения.
В среднем поле указывается вид работы, в данном случае лабораторная или практическая работа с указанием курса, покоторому она выполнена, и ниже ее название. Название работы приводится без слова тема и в кавычки не заключается.
Далее ближе к правому краю титульного листа указывают фамилию, инициалы и группу учащегося, выполнившего работу,а также фамилию, инициалы преподавателя, принявшего работу.
В нижнем поле листа указывается место выполнения работы и год ее написания (без слова год).
2. Цель работы должна отражать тему работы, а также конкретные задачи, поставленные студенту на период выполненияработы. По объему цель работы в зависимости от сложности и многозадачности работы составляет от нескольких строк до0,5 страницы.
3. Краткие теоретические сведения. В этом разделе излагается краткое теоретическое описание изучаемой в работе темы.Материал раздела не должен копировать содержание методического пособия или учебника по данной теме, аограничивается изложением основных понятий, требующихся для дальнейшей обработки полученных результатов. Объемлитературного обзора не должен превышать 1/3 части всего отчета.
4. Ход выполнения работы. В данном разделе подробно излагается методика выполнения работы, процесс полученияданных и способ их обработки. Если используются стандартные пакеты компьютерных программ для обработкиэкспериментальных результатов, то необходимо обосновать возможность и целесообразность их применения, а такжеподробности обработки данных с их помощью.
5. Выводы по работе - кратко излагаются результаты работы, полученные в результате выполнения работы, а также краткийанализ полученных результатов.
Отчет по лабораторной работе оформляется на листе формата А4. Допускается оформление отчета по лабораторной работев электронном виде средствами Microsoft Office. Текст работы должен быть напечатан через полтора интервала шрифтомTimes New Roman, кегль – 12. Поля должны оставаться по всем четырем сторонам печатного листа: левое – не менее 30 мм,правое – не менее 10, нижнее – не менее 20 и верхнее – не 15 мм.
Для защиты лабораторной работы студент должен подготовить отчет, провести самостоятельную работу, иметь отметку опроверенном отчете.
Результаты определяются по пятибалльной системе оценок.

Методические рекомендации по выполнению реферата

Реферат – письменная работа объемом 8–10 страниц. Это краткое и точное изложение сущности какого-либо вопроса, темы.Тему реферата студент выбирает из предложенных преподавателем или может предложить свой вариант. В реферате нужныразвернутые аргументы, рассуждения, сравнения. Содержание темы излагается объективно от имени автора. Функциидреферата. Информативная, поисковая, справочная, сигнальная, коммуникативная. Степень выполнения этих

функций зависит от содержательных и формальных качеств реферата и для каких целей их использует. Требования к языкуреферата. Должен отличаться точностью, краткостью, ясностью и простотой.
Структура реферата:
1. Титульный лист
2. Оглавление (на отдельной странице). Указываются названия всех разделов (пунктов плана) реферата и номера страниц,указывающие начало этих разделов в тексте реферата.
3. Введение. Аргументируется актуальность исследования, т.е. выявляется практическое и теоретическое значение данногоисследования. Далее констатируется, что сделано в данной области предшественниками, перечисляются положения,которые должны быть обоснованы. Обязательно формулируются цель и задачи реферата.
4. Основная часть. Подчиняется собственному плану, что отражается в разделении текста на главы, параграфы, пункты.План основной части может быть составлен с использованием различных методов группировки материала. В случае еслииспользуется чья-либо неординарная мысль, идея, то обязательно нужно сделать ссылку на того автора, у кого взят данныйматериал.
5. Заключение. Последняя часть научного текста. В краткой и сжатой форме излагаются полученные результаты,представляющие собой ответ на главный вопрос исследования.
6. Приложение. Может включать графики, таблицы, расчеты.
7. Библиография (список литературы). Указывается реально использованная для написания реферата литература. Названиякниг располагаются по алфавиту с указанием их выходных данных. Общие требования к построению, содержанию иоформлению».
При проверке реферата оцениваются:
- знание фактического материала, усвоение общих представлений, понятий, идей;
- характеристика реализации цели и задач исследования;
- степень обоснованности аргументов и обобщений;
- качество и ценность полученных результатов;
- использование литературных источников;
- культура письменного изложения материала;
- культура оформления материалов работы.

Правила написания научных текстов (реферат, дипломная работа):
Здесь приводятся рекомендации по консультированию студентов относительно данного вида самостоятельной работы. Во время консультаций руководителю следует предложить к обсуждению следующие вопросы.
• Какова истинная цель Вашего научного текста – это поможет Вам разумно распределить свои силы и время.
• Важно разобраться, кто будет «читателем» Вашей работы.
• Начинать писать серьезную работу следует не раньше, чем возникнет ощущение, что по работе с источниками появились идеи, которыми можно поделиться.
• Должна быть идея, а для этого нужно научиться либо относиться к разным явлениям и фактам несколько критически (своя идея – как иная точка зрения), либо научиться увлекаться какими-то известными идеями, которые нуждаются в доработке (идея – как оптимистическая позиция и направленность на дальнейшее совершенствование уже известного).
• Писать следует ясно и понятно, стараясь основные положения формулировать четко и недвусмысленно, а также стремясь структурировать свой текст.
• Объем текста и различные оформительские требования во многом зависят от принятых в конкретном учебном заведении порядков.

Методические рекомендации по выполнению контрольных работ

Контрольная работа выполняется по вариантам. На бланке указывается факультет, курс, группа, ФИО студента. Вопросыстроятся на основе тестовых и ситуативных заданий. В тестовых заданиях, выбирается правильный(ые) ответ(ы). Прирешении ситуативных заданий выбирается правильная последовательность действий в рассматриваемой ситуации.Проверка контрольной работы позволяет выявить и исправить допущенные студентами ошибки, указать, какие вопросыдисциплины ими недостаточно усвоены и требуют доработки. Студент должен внимательно ознакомиться с письменнымизамечаниями преподавателя и приступить к их исправлению, для чего еще раз повторить соответствующий материал.

Методические рекомендации по подготовке к коллоквиуму

Коллоквиумом называется собеседование преподавателя и студента по заранее определенным контрольным вопросам.Целью коллоквиума является формирование у студента навыков анализа теоретических проблем на основесамостоятельного изучения учебной и научной литературы. На коллоквиум выносятся крупные, проблемные, нередкоспорные теоретические вопросы. Упор делается на монографические работы профессора-автора данного спецкурса. Отстудента требуется:
- владение изученным в ходе учебного процесса материалом, относящимся к рассматриваемой проблеме;
- знание разных точек зрения, высказанных в научной литературе по соответствующей проблеме, умение сопоставлять ихмежду собой;
- наличие собственного мнения по обсуждаемым вопросам и умение его аргументировать.

Коллоквиум - это не только форма контроля, но и метод углубления, закрепления знаний студентов, так как в ходесобеседования преподаватель разъясняет сложные вопросы, возникающие у студента в процессе изучения данногоисточника. Однако коллоквиум не консультация и не экзамен. Его задача добиться глубокого изучения отобранного

материала, пробудить у студента стремление к чтению дополнительной социологической литературы. Подготовка кколлоквиуму начинается с установочной консультации преподавателя, на которой он разъясняет развернутую тематикупроблемы, рекомендует литературу для изучения и объясняет процедуру проведения коллоквиума. Как правило, насамостоятельную подготовку к коллоквиуму студенту отводится 3-4 недели. Методические указания состоят изрекомендаций по изучению источников и литературы, вопросов для самопроверки и кратких конспектов ответа сперечислением основных фактов и событий, относящихся к пунктам плана каждой темы. Это должно помочь студентамцеленаправленно организовать работу по овладению материалом и его запоминанию. При подготовке к коллоквиумуследует, прежде всего, просмотреть конспекты лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся вопросыколлоквиума. Если какие-то вопросы вынесены преподавателем на самостоятельное изучение, следует обратиться кучебной литературе, рекомендованной преподавателем в качестве источника сведений.
Коллоквиум проводится в форме индивидуальной беседы преподавателя с каждым студентом или беседы в небольшихгруппах (2-3 человека). Обычно преподаватель задает несколько кратких конкретных вопросов, позволяющих выяснитьстепень добросовестности работы с литературой, проверяет конспект. Далее более подробно обсуждается какая-либосторона проблемы, что позволяет оценить уровень понимания. По итогам коллоквиума выставляется дифференцированнаяоценка по пятибалльной системе.

Методические рекомендации по устному опросу/самоподготовке

После изучения определенной темы по записям в конспекте и учебнику, а также
решения достаточного количества соответствующих задач на практических занятиях и
самостоятельно студенту рекомендуется, используя лист опорных сигналов,
воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки основных
положений и доказательств. В случае необходимости следует рекомендовать еще раз внимательно разобраться в материале.Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этомслучае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала– умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу. Однако преподавателю следует помнить, чтоправильное решение задачи может получиться в результате применения механически заученных формул без пониманиясущности теоретических положений.

Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям

Одним из видов внеаудиторной самостоятельной работы является подготовка к семинарским занятиям. Семинар – формаучебно-практических занятий, при которой студенты обсуждают сообщения, доклады и рефераты, выполненные ими порезультатам учебных или научных исследований под руководством преподавателя. Преподаватель в этом случае являетсякоординатором обсуждений темы семинара, подготовка к которому является обязательной. Поэтому тема семинара иосновные источники обсуждения предъявляются до обсуждения для детального ознакомления, изучения. Цели обсужденийнаправлены на формирование навыков профессиональной полемики и закрепление обсуждаемого материала. Семинар – этотакая форма организации обучения, при которой на этапе подготовки доминирует самостоятельная работа учащихся сучебной литературой и другими дидактическими средствами над серией вопросов, проблем и задач, а в процессе семинараидут активное обсуждение, дискуссии и выступления учащихся, где они под руководством преподавателя делаютобобщающие выводы и заключения. Семинар предназначен для углубленного изучения дисциплины, овладенияметодологией научного познания, то главная цель семинарских занятий – обеспечить студентам возможность овладетьнавыками и умениями использования теоретического знания применительно к особенностям изучаемой отрасли.

Методические рекомендации по подготовке к эссе

Одним из видов самостоятельной работы студентов является написание творческой работы по заданной либо согласованнойс преподавателем теме. Творческая работа (эссе) представляет собой оригинальное произведение объемом 500-700 слов,посвященное какой-либо значимой классической либо современной проблеме в определенной теоретической ипрактической области. Творческая работа не является рефератом и не должна носить описательный характер, большоеместо в ней должно быть уделено аргументированному представлению своей точки зрения студентами, критической оценкерассматриваемого материала и проблематики, что должно способствовать раскрытию творческих и аналитическихспособностей. Цели написания эссе – научиться логически верно и аргументировано строить устную и письменную речь;работать над углублением и систематизацией своих философских знаний; овладеть способностью использовать основызнаний для формирования мировоззренческой позиции. Приступая к написанию эссе, изложите в одном предложении, чтоименно вы будете утверждать и доказывать (свой тезис).

Методические рекомендации по подготовке к докладу

Для подготовки доклада необходимо выбрать актуальную тему. Желательно, чтобы тема была интересна докладчику ивызывала желание качественно подготовить материалы. Подготовка доклада предполагает: определение цели доклада;подбор необходимого материала, определяющего содержание доклада; составление плана доклада, распределениесобранного материала в необходимой логической последовательности.
Композиция доклада имеет вступление, основную часть и заключение.
Вступление должно содержать: название доклада; сообщение основной идеи; современную оценку предмета изложения;краткое перечисление рассматриваемых вопросов; интересную для слушателей форму изложения. Основная часть, вкоторой необходимо раскрыть суть темы, обычно строится по принципу отчёта. Задача основной части: представить

достаточно данных для того, чтобы слушатели заинтересовались темой.
Заключение – чёткое обобщение и краткие выводы по излагаемой теме.

Методические рекомендации по подготовке к собеседованию

Собеседование – средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы,связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенномуразделу, теме, проблеме и т.п.
Цель собеседования: проверка усвоения знаний; умений применять знания; сформированности профессионально значимыхличностных качеств.
Подготовка к собеседованию предполагает повторение пройденного материала и приобретение навыка свободного владениятерминологией и фактическими данными по определенному разделу дисциплины.

Методические рекомендации по подготовке к тестированию/ итоговому тестированию

Тестирование/итоговое тестирование – это система стандартизированных заданий, определенного содержания иупорядоченных в рамках определенной стратегии предъявления, позволяющая качественно оценить структуру иэффективно измерить уровень знаний, умений и навыков по учебной дисциплине (разделу). Тестирование позволяетоценить у студентов уровень знаний фактического материала, умения логически мыслить, способности к рефлексии итворческому подходу к решению поставленной задачи на каждом этапе их обучения.
При самостоятельной подготовке к тестированию студенту необходимо:
- четко выяснить все условия тестирования заранее (сколько тестов будет предложено, сколько времени отводится натестирование, какова система оценки результатов);
- проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;
- проработать информационный материал по разделу дисциплине;
- конспективно выписать из соответствующих разделов учебной дисциплины основные понятия, ключевые идеи,теоретические концепции и подходы;
- повторить теоретический материал лекций, самостоятельно изученной учебной и научной литературы, семинарскихзанятий.
При выполнении тестовых заданий рекомендуется:
- внимательно полностью прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные из них (их может бытьнесколько);
- при затруднении при ответе на сложный для студента вопрос целесообразно переходить к другим вопросам теста. Позавершению ответов на все последующие вопросы теста необходимо вернуться к трудному вопросу и дать на негопродуманный ответ;
- по окончании тестирования следует проверить правильность данных ответов на вопросы теста, чтобы избежатьмеханических ошибок.

Методические рекомендации по подготовке к экзамену

Изучение многих общепрофессиональных и специальных дисциплин завершается экзаменом. Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых, в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. Готовясь к экзамену, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, углубляет, систематизирует и упорядочивает свои знания. На экзамене студент демонстрирует то, что он приобрел в процессе обучения по конкретной учебной дисциплине. Экзаменационная сессия – это серия экзаменов, установленных учебным планом. Между экзаменами интервал2-4 дня, в течение студент систематизирует уже имеющиеся знания. На консультации перед экзаменом студенты должныбыть ознакомлены с основными требованиями и получить ответы на возникающие в процессе подготовки вопросы. Необходимо ориентировать студентов на систематическую подготовку к занятиям в течение семестра, чтопозволит использовать время экзаменационной сессии для систематизации знаний.

Методические рекомендации по подготовке к зачету/ зачету с оценкой

В ходе подготовки к зачету/зачету с оценкой студент, в первую очередь, должен систематизировать знания, полученные входе изучения дисциплины. К зачету/зачету с оценкой необходимо готовиться целенаправленно, регулярно, систематическии с первых дней обучения по данной дисциплине. В самом начале учебного курса познакомьтесь со следующей учебно-методической документацией:
- программой дисциплины;
- перечнем знаний, умений и навыков, которыми студент должен владеть;
- тематическими планами лекций, семинарских занятий;
- учебниками, учебными пособиями по дисциплине, а также электронными ресурсами;
- перечнем вопросов к зачету/зачету с оценкой.
После этого у обучающихся должно сформироваться четкое представление об объеме и характере знаний и умений,которыми надо будет овладеть по дисциплине. Систематическое выполнение учебной работы на лекциях и лабораторныхзанятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для сдачи зачета/зачета с оценкой.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

| | |
|---|---|
| **7.1. Рекомендуемая литература** | |
| **7.1.1. Основная литература** | |
| Л.1.1 | Дерр В. Я. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]:учебное пособие для вузов. -Санкт-Петербург: Лань, 2021. - 596 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/159475 |
| Л.1.2 | Балдин К. В., Башлыков В. Н., Рукосуев А. В. Высшая математика [Электронный ресурс]:учебник. - Москва:ФЛИНТА, 2021. - 360 с. – Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=79497 |
| **7.1.2. Дополнительная литература** | |
| Л.2.1 | Югова Н. В. Высшая математика. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]:учебно-методическоепособие. - Новосибирск: НГТУ, 2020. - 28 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/152276 |
| Л.2.2 | Максименко В.Н., Икрянников В.И., Шварц Э.Б., Максименко В.Н. Высшая математика. Практикум [Электронныйресурс]:Учебное пособие. - Москва: КноРус, 2023. - 436 с. – Режим доступа: https://book.ru/book/947632 |
| Л.2.3 | Макаров С.И. Высшая математика: математический анализ и линейная алгебра [Электронный ресурс]:Учебноепособие. - Москва: КноРус, 2023. - 320 с. – Режим доступа: https://book.ru/book/947276 |
| **7.2. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение в том числе отечественного производства** | |
| 7.2.1 | Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Расширенный Russian Edition |
| 7.2.2 | Microsoft Office 2013 Pro Plus |
| 7.2.3 | Microsoft Windows 10 Pro |
| **7.3. Перечень профессиональных баз данных, информационных справочных систем и ресурсов сети Интернет** | |
| 7.3.1 | Электронно-библиотечная система "Лань". Режим доступа: https://e.lanbook.com/ |
| 7.3.2 | Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека онлайн". Режим доступа: https://biblioclub.ru/ |
| 7.3.3 | Электронно-библиотечная система "BOOK.ru". Режим доступа: https://book.ru/ |
| 7.3.4 | Научная электронная библиотека "eLIBRARY.RU". Режим доступа: https://www.elibrary.ru/ |
| 7.3.5 | ПЛАТФОРМА ОНЛАЙН-ОБРАЗОВАНИЯ «РАЗУМ». Режим доступа: https://razoom.mgutm.ru/ |
| 7.3.6 | "Электронная библиотека учебников" . Режим доступа: http://studentam.net/ |

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

| | |
|---|---|
| 8.1 | Адрес: 215119, Смоленская область, Вяземский район, город Вязьма, ул. Ленина, д. 77: аудитория 18-1311 -Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа; занятий семинарского типа; для курсовогопроектирования (выполнения курсовых работ); для проведения групповых и индивидуальных консультаций; длятекущего контроля и промежуточной аттестации : Рабочие места обучающихся; Рабочее место преподавателя;Классная доска; Учебно-наглядные пособия |
| 8.2 | Адрес: 215119, Смоленская область, Вяземский район, город Вязьма, ул. Ленина, д. 77: аудитория 18-1214 -Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа; занятий семинарского типа; для курсовогопроектирования (выполнения курсовых работ); для проведения групповых и индивидуальных консультаций; длятекущего контроля и промежуточной аттестации : Рабочие места обучающихся; Рабочее место преподавателя;Классная доска; Комплектация лингафонного кабинета Диалог-М (8 мест): 1. Пульт управления преподавателя сЖК-дисплеем – 1 шт. 2. Парные блоки для подключения учащихся (4 штуки). 3. Комплект кабелей дляподключения оборудования. 4. Наушники с микрофонами (9 штук). 5. Программное обеспечение «MobiDic». 6.Руководство на русском языке. Учебно-наглядные пособия |
| 8.3 | Адрес: 215119, Смоленская область, Вяземский район, город Вязьма, ул. Ленина, д. 77: аудитория 18-1216 -Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа; занятий семинарского типа; для курсовогопроектирования (выполнения курсовых работ); для проведения групповых и индивидуальных консультаций; длятекущего контроля и промежуточной аттестации : Рабочие места обучающихся; Рабочее место преподавателя;Классная доска |
| 8.4 | Адрес: 215119, Смоленская область, Вяземский район, город Вязьма, ул. Ленина, д. 77: аудитория 18-1204 -Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа; занятий семинарского типа; для курсовогопроектирования (выполнения курсовых работ); для проведения групповых и индивидуальных консультаций; длятекущего контроля и промежуточной аттестации : Рабочие места обучающихся; Рабочее место преподавателя;Классная доска |

## 9. ОРГАНИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИВОЗМОЖНОСТЯМИ

Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями осуществляется в соответствии с«Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченнымивозможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенностиобразовательного процесса» Министерства образования и науки РФ от 08.04.2014г. № АК-44/05вн. В образовательномпроцессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурнойреабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другимистудентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Студенты с ограниченнымивозможностями здоровья, в отличие от остальных студентов, имеют свои специфические особенности восприятия,переработки материала. Подбор и разработка учебных материалов производится с учетом индивидуальныхособенностей. Предусмотрена возможность обучения по индивидуальному графику, при составлении которыговозможны различные варианты проведения занятий: в академической группе и индивидуально, на дому с

использованием дистанционных образовательных технологий.

**Актуализация с учетом развития науки, техники, культуры, экономики, техники, технологий и социальной сферы**
Руководитель ОПОП
канд. техн. наук, доц. Степаненкова Л.Н._____ _____

Рабочая программа актуализирована, обсуждена и одобрена на заседании обеспечивающей кафедры

**Системной автоматизации и информационных технологий**

Протокол от
Зав. кафедрой Морозов Сергей Михайлович _____

Рабочая программа согласована на заседании выпускающей кафедры

**Технологии продуктов питания, предпринимательства и экономики**

Протокол от
Зав. кафедрой Степаненкова Людмила Николаевна_____

==========

**Актуализация с учетом развития науки, техники, культуры, экономики, техники, технологий и социальной сферы**
Руководитель ОПОП
канд. техн. наук, доц. Степаненкова Л.Н._____

Рабочая программа актуализирована, обсуждена и одобрена на заседании обеспечивающей кафедры

**Системной автоматизации и информационных технологий**

Протокол от __ _____ 2025 г. № __
Зав. кафедрой Кузьмина Константина Анатольевича_____

Рабочая программа согласована на заседании выпускающей кафедры

**Технологии продуктов питания, предпринимательства и экономики**

Протокол от __ _____ 2025 г. № __
Зав. кафедрой Степаненкова Людмила Николаевна _____

==========

**Актуализация с учетом развития науки, техники, культуры, экономики, техники, технологий и социальной сферы**
Руководитель ОПОП
канд. техн. наук, доц. Степаненкова Л.Н._____

Рабочая программа актуализирована, обсуждена и одобрена на заседании обеспечивающей кафедры

**Системной автоматизации и информационных технологий**

Протокол от __ _____ 2026 г. № __
Зав. кафедрой Кузьмина Константина Анатольевича_____

Рабочая программа согласована на заседании выпускающей кафедры

**Технологии продуктов питания, предпринимательства и экономики**

Протокол от __ _____ 2026 г. № __
Зав. кафедрой Степаненкова Людмила Николаевна _____

==========

**Актуализация с учетом развития науки, техники, культуры, экономики, техники, технологий и социальной сферы**
Руководитель ОПОП
канд. техн. наук, доц. Степаненкова Л.Н._____

Рабочая программа актуализирована, обсуждена и одобрена на заседании обеспечивающей кафедры

**Системной автоматизации и информационных технологий**

Протокол от __ _____ 2027 г. № __
Зав. кафедрой Кузьмина Константина Анатольевича_____

Рабочая программа согласована на заседании выпускающей кафедры

**Технологии продуктов питания, предпринимательства и экономики**

Протокол от __ _____ 2027 г. № __
Зав. кафедрой Степаненкова Людмила Николаевна _____

Приложение 1

**Вопросы к самоподготовке**

Тема 1. Матрицы и определители. Исследование системы линейных уравнений. Векторы, операции над векторами.

1. Какому условию должна удовлетворять матрица, чтобы для неё существовала обратная матрица?
2. Как найти обратную матрицу?
3. Что называется рангом матрицы? Как вычислить ранг матрицы?
4. При каком условии система линейных уравнений имеет единственное решение?
5. При каком условии система n линейных однородных уравнений с n неизвестными имеет ненулевое решение?
6. Каковы условия компланарности трёх векторов и как они выражаются через координаты векторов?
7. Вычислить $A^T$-3B, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
8. Вычислить определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$
9. Установить, компланарны ли векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, если $\vec{a} = (3; -2; 1)$; $\vec{b} = (2; 1; 2)$; $\vec{c} = (1; 9; -11)$.
10. Найти матрицу, обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -4 & 6 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.
11. Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 2x + y + 3z = 11. \end{cases}$
12. Параллелепипед построен на векторах $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{j} + 5\vec{k}$, вычислить его объём. Правой или левой будет связка векторов $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$?

Тема 2 Аналитическая геометрия. Прямая на плоскости и в пространстве. Плоскость. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.

1. Как можно найти угловой коэффициент прямой, если известно её общее уравнение?
2. Можно ли найти угловой коэффициент прямой, не составляя её уравнения, если известны две её точки? Если да, то как это сделать?
3. Напишите уравнение прямой проходящей через данную точку в данном направлении.
4. Как найти расстояние от данной точки до прямой, заданной уравнением общего вида?
5. Сформулируйте определения эллипса, гиперболы и параболы.
6. Что называется эксцентриситетом эллипса и гиперболы и какие значения он может иметь для каждой из этих линий?
7. Составить каноническое уравнение эллипса, если его полуоси соответственно равны 6 и 3.
8. Даны точки $M_1(0,-1,3)$ и $M_2(1,3,5)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M1 и перпендикулярной к вектору $\overline{n} = \overline{M_1M_2}$.
9. Написать уравнения прямой, проходящей через точку A(4,3,0) и параллельной вектору $\overline{p} = \{-1,1,1\}$.
10. Найти точку пересечения прямой с плоскостью: $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$, $x + 2y + 3z - 29 = 0$.
11. Определить вид поверхности, заданной уравнениями: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} - \frac{3z^2}{25} = 1$; $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 2z$; $z - 2 = x^2 + y^2$; $x^2 - y^2 - z^2 = 0$.

Тема 3. Функции и пределы. Непрерывность функции. Производная и ее применение.

1. Что называется функцией?
2. Что называется областью определения функции?
3. Перечислите основные элементарные функции.
4. Что называется бесконечно малой функцией?
5. Какая функция называется непрерывной в точке?
6. Какая точка называется точкой разрыва I рода, II рода (в чём отличие)?
7. Что является наибольшим и наименьшим значением функции на отрезке?
8. В чём состоит геометрический, механический смысл производной?
9. Сформулируйте общие правила дифференцирования функции и напишите формулы дифференцирования основных элементарных функций.
10. Как находится производная сложной функции?

11. Как найти производную неявной функции?
12. Как находится производная функции, заданной параметрически?
13. Дать понятие производных высшего порядка.
14. Найти производную сложной функции $y=tg^3 x^2$.
15. Применяя логарифмическое дифференцирование найти производную $z=(\cos\alpha)^{\sin 2\alpha}$.
16. Как найти интервалы возрастания и убывания функции?
17. Что называют точками экстремума функции и как находятся?
18. Как найти наибольшее и наименьшее значение функции?
19. Как найти интервалы выпуклости, вогнутости графика функции, точки перегиба?
20. Что называют асимтотой кривой y=f(x)?
21. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $u=x^3-3x^2-9x+35$ на отрезке $[-4;4]$.
22. Что называется линией уровня, поверхностью уровня функции *u=f(x,y,z)*?
23. Как определяются частные производные функции z=f(x,y)?
24. Что называют полным дифференциалом функции z=f(x,y)?
25. Как находятся производные сложной и неявной функции двух независимых переменных?
26. Как находятся условные экстремумы функции f(x,y)?

Тема 4. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Кратные интегралы.

1. Сформулируйте определение первообразной функции.
2. Что называется неопределённым интегралом? Каков его геометрический смысл и основные свойства?
3. Каковы основные методы интегрирования функций?
4. Найти неопределённые интегралы 1) $\int \frac{arctgx}{1+x^2}dx$; 2) $\int e^{\cos^2 x}\sin 2x dx$.
5. Найти неопределённые интегралы: 1) $\int x\ln x\,dx$, 2) $\int e^x \sin x\,dx$.
6. Найти неопределённые интегралы: 1) $\int \frac{dx}{x^3-2x^2+x}$; 2) $\int \frac{dx}{x^4-1}$.
7. Найти интегралы: 1) $\int \frac{\cos^3 x+1}{\sin^2 x}dx$; 2) $\int \frac{dx}{3\sin x+4\cos x}$.
8. Найти неопределённые интегралы: 1) $\int \frac{x-1}{\sqrt{2x-1}}dx$; 2) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt{x}}$.
9. Сформулируйте определение определенного интеграла.
10. Перечислите свойства определенного интеграла.
11. Перечислите приложения определенного интеграла.
12. Укажите методы интегрирования определенного интеграла.
13. Дайте определение несобственного интеграла первого рода.
14. Дайте определение несобственного интеграла второго рода.
15. Сформулируйте определение двойного интеграла.
16. Сформулируйте приемы вычисления двойного интеграла.
17. Перечислите приложения двойного интеграла.
18. Сформулируйте определение тройного интеграла.
19. Сформулируйте приемы вычисления тройного интеграла.
20. Перечислите приложения тройного интеграла.

Тема 5. Дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков.

1. Дайте определение понятия дифференциального уравнения (обыкновенного).
2. Как определяется порядок дифференциального уравнения.
3. Правило нахождения общего и частного решения дифференциального уравнения.
4. Дайте определение дифференциальное уравнение 1-го порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения
5. Сформулируйте правило решения дифференциального уравнение 1-го порядка с разделяющимися переменными.
6. Сформулируйте правило решения однородного дифференциального уравнения 1-го порядка.
7. Сформулируйте правило решения линейного дифференциального уравнения 1-го порядка.
8. Сформулируйте правило решения дифференциального
9. уравнения 2-го порядка, не содержащие в явном виде независимую переменную X (понижение порядка).
10. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, не содержащие в явном виде искомой функции У (понижение порядка).
11. Однородное линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
12. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Общее и частное решения. Задача Коши.

13. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида $f(x) = e^{dx}(M\,Cosx + N\,Sinx)$.
14. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида $f(x) = Pn(x)e^{dx}$

Тема 6. Ряды. Числовые ряды. Ряды с положительными членами. Знакочередующиеся ряды.
Функциональные ряды, степенные ряды. Приближенные вычисления значений функций с помощью степенных рядов. Применение степенных рядов к вычислению пределов и определенных интегралов. Ряд Фурье. Комплексные числа. Интеграл Фурье.

1. Дайте определение числового ряды.
2. Сформулируйте необходимый и достаточные признаки сходимости.
3. Сформулируйте определение знакопеременного и знакочередующегося рядов.
4. Сформулируйте признак абсолютной и условной сходимости знакопеременных рядов.
5. Дайте определение степенного ряда.
6. Сформулируйте теорему Абеля.
7. Как найти интервал сходимости, радиус сходимости?
8. Запишите общий вид ряда Тейлора и Маклорена.
9. Как применяются степенные ряды в приближенном вычислении.
10. Дайте определение тригонометрического ряда.
11. Как определяется сходимость ряда Фурье?
12. Запишите вид ряда Фурье для четных и нечетных функций.
13. Запишите ряд Фурье с периодом 2l.
14. Перечислите приложения ряда Фурье.

Тема 7. Случайные события. Случайные величины.

1. Какие события называются достоверными, невозможными, случайными?
2. Какие события называются совместными, несовместными, равновозможными?
3. Как обозначают и в каких случаях используют классическое и геометрическое определение вероятности?
4. Какие основные свойства вероятности?
5. Какие комбинации называются перестановками, размещениями, сочетаниями? Как обозначается и вычисляется количество этих соединений?
6. Сформулируйте теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий.
7. Какие случайные события называются независимыми?
8. Как обозначают и определяют условную вероятность?
9. Сформулируйте и запишите теоремы умножения вероятностей зависимых и независимых случайных событий?
10. Каким условиям должно удовлетворять событие, чтобы его вероятность можно было найти по формуле полной вероятности? Какой вид имеет эта формула?
11. Применение формулы Байеса. Запишите формулы Байеса.
12. Что называется формулой Бернулли?
13. По каким формулам находят вероятность появления события A менее m или не менее m раз в n независимых испытаниях схемы Бернулли?
14. По какой формуле находят вероятность появления события A хотя бы один раз в n испытаниях?
15. Как найти наиболее вероятное значение числа появления события A в схеме Бернулли?
16. В каких случаях используют формулу Пуассона, локальную или интегральную формулы Муавра-Лапласа?
17. Как найти вероятность появления события в случае простого потока?
18. Что такое случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины?
19. Укажите основные законы распределения дискретной величины и условия их использования.
20. Как определяются и что характеризуют числовые характеристики дискретных случайных величин?
21. Как определяют функцию распределения и плотности вероятностей непрерывных случайных величин? Какие свойства имеют эти функции?
22. Какая существует связь между интегральной и дифференциальной функциями распределения вероятностей?
23. По каким формулам можно вычислить вероятность попадания случайной величины в промежуток $(a, b)$, используя интегральную или дифференциальную функции распределения?
24. Какие числовые характеристики существуют для непрерывных случайных величин и что характеризует каждая из них?
25. Как вычислить числовые характеристики непрерывных случайных величин?
26. Укажите основные свойства математического ожидания и дисперсии.
27. Укажите основные законы распределения непрерывных случайных величин и их вид.
28. Каковы числовые характеристики основных законов распределения дискретных и непрерывных случайных величин?
29. По каким формулам находят вероятность попадания случайной величины X в промежуток $(a, b)$, если X распределена по равномерному, показательному или нормальному закону?
30. Как найти функцию распределения $Y = \varphi(X)$, если X – дискретная или непрерывная случайная величина?
31. Как определяют начальные и центральные моменты, коэффициент корреляции и как связаны понятия корреляции, зависимости и независимости случайных величин?
32. Сформулируйте правило $3\sigma$ и как оно используется?

33. Сформулируйте центральную предельную теорему Ляпунова.

Тема 8. Математическая статистика Генеральная совокупность. Выборка и способы ее организации. Оценки параметров. Статистическое оценивание и проверка гипотез, статистические методы обработки экспериментальных данных.

1. Что является предметом математической статистики?
2. Сформулируйте основные задачи математической статистики.
3. Дайте определения генеральной и выборочной совокупности.
4. Охарактеризуйте сущность выборочного метода в математической статистике.
5. Дайте определения дискретного и интервального вариационных рядов.
6. Что называется эмпирической функцией распределения.
7. Что называется полигоном и гистограммой?
8. Дайте определения выборочной средней, выборочной дисперсии, выборочного среднеквадратического отклонения.
9. Дайте определение точечной оценки параметров распределения случайной величины и сформулируйте требования, предъявляемые к точечным оценкам.
10. Укажите точечные оценки математического ожидания и дисперсии.
11. Охарактеризуйте метод моментов получения точечных оценок.
12. Охарактеризуйте метод максимального правдоподобия.
13. Дайте определения доверительного интервала, доверительной вероятности, укажите точность оценки.
14. Укажите правило построения доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии.
15. Укажите правило построения доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестной дисперсии.
16. Укажите правило нахождения интервальной оценки среднеквадратического отклонения нормального распределения.
17. Дайте определение статистической гипотезы, основной и альтернативной гипотез.
18. Дайте определения ошибок первого и второго рода, критической области.
19. Назовите основные этапы проверки статистических гипотез.
20. Сформулируйте правило проверки гипотезы о значении математического ожидания нормального распределения.
21. Сформулируйте правило проверки гипотезы о нормальном распределении с использованием критерия Пирсона.

Контрольная работа по теме 1

1. Дана система линейных уравнений. Требуется показать, что система совместна и найти ее решение тремя способами: а) по формулам Крамера, выполнить проверку решения; б) методом Гаусса; в) методом обратной матрицы.

1. $\begin{cases} 2x_1+3x_2-x_3=5 \\ 3x_1+2x_2-2x_3=1 \\ 4x_1+3x_2+x_3=13 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1-x_2+4x_3=-3 \\ x_1+3x_2+7x_3=-2 \\ 7x_1-3x_2+6x_3=5 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1+x_2-8x_3=0 \\ x_1+x_2-2x_3=-1 \\ 7x_1-5x_3=16 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x_1+3x_2-5x_3=-1 \\ x_1+4x_2-x_3=9 \\ x_1-3x_3=-5 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1-2x_2-3x_3=9 \\ 2x_1-3x_2-4x_3=15 \\ 3x_1+x_2-x_3=18 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 3x_1-5x_2+x_3=-2 \\ 4x_1-3x_2+3x_3=0 \\ -x_1-x_2-2x_3=1 \end{cases}$

7. $\begin{cases} x_1+2x_2-4x_3=1 \\ x_1+x_2+5x_3=18 \\ x_1-3x_2-2x_3=0 \end{cases}$

8. $\begin{cases} -3x_1-2x_2-10x_3=-16 \\ 2x_1+7x_3=2 \\ x_1+x_2+x_3=3 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 7x_1+5x_2-20x_3=-2 \\ 2x_1+2x_2-3x_3=17 \\ x_1+x_2-x_3=11 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x_1-8x_3=-7 \\ 8x_1+3x_2-6x_3=2 \\ 3x_1-5x_2+3x_3=6 \end{cases}$

2.Методом исключения неизвестных найти общее и базисные решения систем уравнений:

1. $\begin{cases} 5x_1-8x_2-4x_3=-10 \\ 7x_1-x_2+11x_3=0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x_1-x_2+4x_3=25 \\ x_1+4x_2+3x_3=16 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 4x_1-3x_2-x_3=4 \\ 7x_1-8x_2-7x_3=-25 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 12x_1-8x_2-3x_3=0 \\ 8x_1-2x_2=2 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 2x_1+15x_2+2x_3=-6 \\ 6x_1-8x_2-20x_3=-1 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 4x_1+2x_2-3x_3=0 \\ 5x_1+2x_2-4x_3=-2 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x_1-4x_2-x_3=30 \\ x_1+x_3=10 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 3x_1+2x_2-x_3=16 \\ 2x_1-3x_2-x_3=10 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 5x_1+3x_2-x_3=-20 \\ x_1+7x_2+5x_3=-14 \end{cases}$

10. $\begin{cases} 5x_1+7x_2+12x_3=-1 \\ 2x_1-x_2-x_3=2 \end{cases}$

**Контрольная работа по теме 2**

Даны вершины треугольника $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$. Найти:

а) уравнения всех трех его сторон;

б) систему неравенств, определяющих множество точек, принадлежащих треугольнику, включая его стороны;

в) внутренний угол $A$ треугольника в градусах и минутах;

г) длину высоты, проведенной из вершины $A$;

д) площадь треугольника.

1. $A(6;14)$, $B(1;2)$, $C(9;8)$.
2. $A(4;10)$, $B(-1;-2),$, $C(7;4)$.
3. $A(6;11)$, $B(1;-1)$, $C(9;5)$.

4. $A(4;13)$, $B(-1;1)$, $C(7;7)$.
5. $A(6;10)$, $B(1;-2)$, $C(9;4)$.
6. $A(4;14)$, $B(-1;2)$, $C(7;8)$.
7. $A(6;13)$, $B(1;1)$, $C(9;7)$.
8. $A(7;11)$, $B(2;-1)$, $C(10;5)$.
9. $A(3;13)$, $B(-2;1)$, $C(6;7)$.
10. $A(4;11)$, $B(-1;-1)$, $C(7;5)$.

**Контрольная работа по теме 3**

15. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ следующих функций:

1. а) $y=\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$; б) $y=x\ell n\cos x$; в) $y=1+\sin 2(xy)$.
2. а) $y=\ell n\sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}$; б) $y=x^2\sin\sqrt{x}$; в) $y=x\ell ny$.
3. а) $y=\sqrt[3]{x\sqrt{1+x^2}}$; б) $y=x\sin x^2$; в) $xy+x^2-y^2=1$.
4. а) $y=\ell n\sqrt[8]{\frac{4+x^2}{4-x^2}}$; б) $y=\frac{2\cos^2 x}{1-\sin 2x}$; в) $\frac{x}{y}-2x^2+3=0$.
5. а) $y=2\sqrt[3]{\left(2-x^3\right)^2}$; б) $y=\frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}$; в) $x^{\frac{3}{2}}+y^{\frac{3}{2}}=4$.
6. а) $y=\frac{1}{2}x\sqrt{x^2+9}$; б) $y=\frac{4\ell nx}{1-\ell nx}$; в) $y=x\sin y$;
7. а) $y=\frac{1}{\sqrt[4]{\left(2-x^2\right)^3}}$; б) $y=x^3\sin^3 x$; в) $y=xarctg\frac{y}{2}$.
8. а) $y=\frac{20}{\sqrt{x^3x+1}}$; б) $y=tg\frac{x}{2}-ctg\frac{x}{2}$; в) $xy^3-x^2+3y=0$ .
9. а) $y=\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$; б) $y=\frac{tg2x}{1+\sin 2x}$; в) $y=\arcsin\sqrt{x}-e^{2y}$.
10. а) $y=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$; б) $y=tg^2\left(1-x\right)$; в) $xy-3^{\sin y}=0$.

2.Пользуясь правилом Лопиталя найти пределы функций:

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{\sin 2x}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x+1}{x+1}$
2. а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\ell nx}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{10x^2}{1-\cos x}$
3. а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 3x}{2x^2}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{\ell nx}$
4. а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgx-\sin x}{x-\sin x}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{2^x}$

5. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2x}{x-\sin x}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{tgx}{e^x}$

6. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ell nx}{x^2}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{1-\cos 4x}$

7. а) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{tg3x}{tg5x}$ б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-3x+2}$

8. а) $\lim\limits_{x\to 0}x^x$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+x^2}{1-3x^2}$

9. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos ax}{1-\cos bx}$ б) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+5x-3}{x^2-9}$

10. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}}{x^3}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{7x}$

3.Исследовать функцию и построить ее график

1. $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$; 2. $y=\dfrac{y^x}{x}$; 3. $y=x^2-2\ell nx$.

4. $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$; 5. $y=\ell n\left(x^2-4\right)$; 6. $y=xe^{-x}$.

7. $y=\dfrac{\ell nx}{x}$; 8. $y=xe^{-x^2}$; 9. $y=2x^4-x^2$.

10. $y=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$;

**Контрольная работа по теме 4**

1.Найти неопределенные интегралы

1. а) $\int e^{\cos 5x}\sin 5xdx$; б) $\int xarcctgxdx$; в) $\int\dfrac{dx}{x^2+2x}$.

2. а) $\int\dfrac{\ell nxdx}{x}$; б) $\int\dfrac{xdx}{\cos^2 x}$; в) $\int\dfrac{dx}{x^2-4x}$.

3. а) $\int\dfrac{xdx}{\sqrt{2-x^2}}$; б) $\int x^3\ell nxdx$; в) $\int\dfrac{(x-1)dx}{x^2-3x+1}$.

4. а) $\int\dfrac{e^{ctg2x}}{\sin^2 2x}dx$; б) $\int\sqrt[3]{x}\ell nxdx$; в) $\int\dfrac{dx}{x^2-x+6}$.

5. а) $\int\dfrac{x^3dx}{\sqrt{1-x^8}}$; б) $\int x\sin 3xdx$; в) $\int\dfrac{dx}{x^2-6x+5}$.

6. а) $\int\dfrac{4x^3+\cos x}{x^4+\sin x}dx$; б) $\int xarctgxdx$; в) $\int\dfrac{x-2}{x^2+4x+3}dx$.

7. а) $\int \frac{\sqrt{1+\ell nx}}{x}dx$; б) $\int xe^{-\frac{x}{2}}dx$; в) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+x-6}}$.

8. а) $\int \frac{dx}{x\left(1+\ell n^2 x\right)}$; б) $\int x\cos 8xdx$; в) $\int \frac{dx}{x^2-2x-2}$.

9. а) $\int e^{\cos 2x}\sin 2xdx$; б) $\int x^3 \ell nxdx$; в) $\int \frac{dx}{x^2-4x+3}$.

10. а) $\int \frac{3x^2+e^x}{x^3+e^x}dx$; б) $\int x\cos 2xdx$; в) $\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$.

2. Воспользовавшись соответствующим приложением предельного интеграла к задачам геометрии, найти следующее:

**а)** площадь фигуры, ограниченную линиями:

1. $y = x^2$ , $y = 7x-12$;
2. $y^2 = 2x + 1$, $x - y - 1=0$;
3. $y = x^2$ , $y = \frac{1}{3}x^3$;
4. $y^2 = 9x$ , $y = x + 2$;
5. $y = \ell nx$, $y = 1$, $y = 4$;
6. $y = e^{-\frac{x}{2}}$, $x = 0$ , $x = 2$ ;
7. $y = \ell nx$ x , $x = e^{-1}$, $x = e$;
8. $y = x^2$, $y = \frac{1}{2}x^3$;
9. $y = 2^x$ , $x = 0$ , $x = 2$;
10. $y = 9 - x^2$, $y = 0$.

б) Объем тела, образованного вращением вокруг оси $O_x$ фигуры, ограниченной линиями.

1. $y = x^2,\ y^2 = x$
2. $xy = 4,\ x = 1,\ x = 4,\ y = 0$;
3. $y = \sqrt{x}e^x,\ x = 1,\ y = 0$
4. $y = 2x - x^2,\ y = x$;
5. $y = \frac{1}{4}x^2,\ y = \frac{1}{8}x^2 + 1$
6. $y = \cos x,\ x = 0,\ x = \frac{\pi}{3}$;
7. $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , $y = 0$, $\left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$;
8. $y = e^x,\ y = 0,\ y = 1$;
9. $y = x^2 + 1,\ y = 0,\ x = 1, x = 3$
10. $y = x^3,\ y = x$.

**Контрольная работа по теме 5**

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $a(x)y' + m(x)y = f(x)$ и его частное решение, удовлетворяющее начальным условиям $y = y_0$ при .x=$x_0$

1. $y'\cos x - y\sin x = 1,\ y_0 = 1,\ x_0 = \frac{\pi}{4}.$
2. $y' - \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x},\ y_0 = 2,\ x_0 = 1.$
3. $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3,\ y_0 = 1,\ x_0 = 1.$
4. $y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{x^2}}{x},\ y_0 = 2,\ x_0 = 1.$

5. $y' - \frac{2y}{x} = \frac{1}{x}$, $y_0 = 3$, $x_0 = 1$.

6. $y' + y = e^{4x}$, $y_0 = 2$, $x_0 = 0$.

7. $y' + 3y = 14e^{4x}$, $y_0 = 1$, $x_0 = 0$.

8. $xy' + y = x + 1$, $y_0 = 3$, $x_0 = 1$.

9. $xy' + 2y = x^4$, $y_0 = 2$, $x_0 = 1$.

10. $xy' - 2y = x + 1$, $y_0 = 2$, $x_0 = 1$.

**Контрольная работа по теме 6**

Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^x$ .

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^n (n+1)}$;
2. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1}$;
3. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{2n+1}$;
4. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n \cdot 2^{n+1}}$;
5. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{2^n \cdot 3^{n+1}}$;
6. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}$;
7. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)3^{n+1}}$;
8. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{5^n}$;
9. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{0{,}1^n x^{2n}}{n}$;
10. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)6^n}$;

**Контрольная работа по теме 7**

**Задача 1.**

1.1. В партии из 100 деталей содержится пять бракованных. Найти вероятность того, что среди выбранных наудачу 50 деталей хотя бы одна бракованная.

1.2. Игральный кубик бросают два раза. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков окажется равной восьми.

1.3. Восемь шаров случайным образом размещаются по восьми ящикам. Найти вероятность того, что каждый ящик будет занят.

1.4. Трехзначное число образовано наугад выбранными тремя неповторяющимися цифрами из цифр 1,2,3,4,5. Найти вероятность того, что это число четное.

1.5. Из восьми букв разрезной азбуки составлено слово «институт». Затем карточки с буквами перемешивают и вновь собирают в произвольном порядке. Найти вероятность того, что снова получится слово «институт».

1.6. В партии из 20 деталей содержится 4 нестандартных. Найти вероятность того, что среди выбранных наудачу шести деталей не более одной нестандартной.

1.7. Из урны, содержащей 6 белых и 8 черных шаров, наугад вынимают два шара. Найти вероятность того, что вынутые шары одного цвета.

1.8. Слово «учебник» составлено из букв разрезной азбуки. Затем карточки с буквами перемешивают и из них извлекают по очереди 6 карточек. Найти вероятность того, что 6 карточек в порядке выхода составят слово «ученик».

1.9. На книжной полке в случайном порядке стоит энциклопедический справочник, состоящий из пяти томов. Найти вероятность того, что хотя бы один из томов этого справочника стоит не на своем месте.

1.10. Из 15 билетов выигрышными являются четыре. Найти вероятность того, что среди шести билетов, взятых наудачу, будет два выигрышных.

**Задача 2.**

2.1. Для проверки собранной схемы последовательно послано три импульса. Вероятность прохождения каждого из них не зависит от того, прошли остальные импульсы или нет, и соответственно равны $p_1 = 0{,}8$; $p_2 = 0{,}4$; $p_3 = 0{,}7$. Определить вероятность того, что пройдут не менее двух из посланных импульсов.

2.2. Игральный кубик подбрасывают три раза. Найти вероятность того, что при первом бросании выпадет четное число очков, при втором – пять очков, при третьем – число очков, кратное трем.

2.3. Вероятность появления некоторого события в отдельном испытании равна 0,75. Найти вероятность того, что при восьмикратном повторении испытания это событие появится менее пяти раз.

2.4. По линии связи передаются два сигнала *A* и *B* соответственно с вероятностями 0,72 и 0,28. Из-за помех 1/6 часть *A* – сигналов искажается и принимается как *B* – сигналы, а 1/7 часть переданных *B* – сигналов принимается как *A* – сигналы.

а) Определить вероятность того, что на приемном пункте будет принят *A* – сигнал.

б) Известно, что принят *A* – сигнал. Найти вероятность того, что он и был передан.

2.5. Из урны, содержащей 7 красных и 9 синих шаров, вынимают один за другим два шара. Найти вероятность двукратного извлечения синего шара.

2.6. Найти среднее число бракованных изделий в партии изделий, если вероятность того, что в этой партии содержится хотя бы одно бракованное, равна 0,95. Предполагается, что число бракованных изделий в партии распределено по закону Пуассона. Полученное значение округлить до целого.

2.7. Для сигнализации о том, что режим автоматической линии отклоняется от нормального, используется индикатор. Он принадлежит с вероятностями 0,2; 0,3; и 0,5 к одному из трех типов, для которых вероятности срабатывания равны соответственно 1; 0,75 и 0,4. От индикатора получен сигнал. К какому типу вероятнее всего принадлежит индикатор?

2.8. Вероятность появления некоторого события в каждом из пяти независимых опытов равна 0,7. Найти вероятность появления этого события по крайней мере два раза.

2.9. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течении времени *T* равна 0,002. Найти вероятность того, что за время *T* откажут ровно три элемента.

2.10. В электрическую цепь включены параллельно три прибора. Вероятности того, что каждый из них проработает определенное число часов, равны 0,4; 0,6; 0,7. Найти вероятность того, что это количество времени проработает:

а) хотя бы один прибор;

б) ровно два прибора;

в) не менее двух приборов.

**Задача 3.**

3.1. Случайная величина $X$ подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x)=\begin{cases} a\cos x & \text{при} \quad -\pi/2 < x < \pi/2, \\ 0 & \text{при} \quad x < -\pi/2, \quad x > \pi/2. \end{cases}$$

а) Найти коэффициент *a*.

б) Построить график плотности распределения.

в) Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

г) Найти вероятность попадания величины $X$ на участок от 0 до $\pi/4$.

3.2. Случайная величина $X$ задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le 0, \\ x^2 & \text{при} \quad 0 < x \le 1, \\ 1 & \text{при} \quad x > 1. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате четырех независимых испытаний величина $X$ ровно три раза примет значение, принадлежащее интервалу (0,25; 0,75).

3.3. Случайная величина $X$ подчинена закону распределения с плотностью

$f(x)=A\cdot e^{-|x|}$. (Распределение Лапласа)

Найти коэффициент *A*. Определить МО, дисперсию, СКО.

3.4. Плотность распределения случайной величины $X$ задана формулой

$$f(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$ (Закон Коши)

Построить график плотности распределения. Найти вероятность того, что величина $X$ попадет на участок (-1; 1).

3.5. Найти МО, дисперсию и СКО дискретной случайной величины $X$, заданной законом распределения

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | 0,216 | 0,432 | 0,288 | 0,064 |

3.6. Найти математическое ожидание случайной величины $X$, если функция распределения имеет вид

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x < 0, \\ 1-e^{-0,25x} & \text{при} \quad x \ge 0. \end{cases}$$

3.7. Случайная величина $X$ задана плотностью распределения

$$f(x)=\begin{cases} 1/6 & \text{при} \quad 2 \le x \le 8, \\ 0 & \text{при} \quad x < 2, \quad x > 8. \end{cases}$$

Найти МО, дисперсию и СКО, а также вероятность попадания случайной величины $X$ в промежуток (3; 5).

3.8. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из нее пять раз подряд извлекают шар, причем каждый раз вынутый шар возвращают в урну, а шары перемешивают. Принимая за случайную величину $X$ число извлеченных белых шаров, составить закон распределения этой величины, определить ее МО и дисперсию.

3.9. Дискретная случайная величина задана законом распределения

| $x_i$ | 3 | 4 | 7 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | 0,2 | 0,1 | 0,4 | 0,3 |

Найти функцию распределения и построить ее график.

3.10. Время безотказной работы элемента имеет показательное распределение

$F(t) = 1 - e^{-0,02t} (t > 0).$

Найти вероятность того, что за $t = 24$ часа элемент:

а) откажет;

б) не откажет.

**Задача 4.**

Найти вероятность попадания в заданный интервал (*a*; *b*) нормально распределенной случайной величины $X$, если известны ее математическое ожидание $m_x$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma_x$.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m_x$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| $\sigma_x$ | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| $a$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $b$ | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

**Тестовые задания**

Тема 1. Матрицы и определители. Исследование системы линейных уравнений. Векторы, операции над векторами.

1. Определитель $\Delta = \begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ -\cos\alpha & \sin\alpha \end{vmatrix}$ равен…

2. Матрицей, обратной $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ является…

а) $A^{-1} = \frac{1}{26}\begin{pmatrix} -8 & -6 & -4 \\ -1 & 9 & -7 \\ 3 & -1 & -5 \end{pmatrix}$;

б) $A^{-1} = -\frac{1}{26}\begin{pmatrix} -8 & -6 & -4 \\ -1 & 9 & -7 \\ 3 & -1 & -5 \end{pmatrix}$

в) $A^{-1} = \frac{1}{13}\begin{pmatrix} 8 & -6 & -4 \\ -1 & 0 & -7 \\ 3 & -1 & -5 \end{pmatrix}$;

г) $A^{-1} = -\frac{1}{26}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. Ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \\ -1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ равен …

4. A=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, C=$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Укажите, в каком случае умножение матриц не определено

а) B·A

б) B·C

в) A·A

г) A·B

5. Умножение двух матриц определено только, если число столбцов первой матрицы равно числу … второй

6. Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда

а) ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы

б) она имеет единственное решение

в) она имеет бесконечное множество решений

г) ранг матрицы системы больше ранга расширенной матрицы системы

7. Системой линейных однородных уравнений называется система линейных уравнений…

а) у которой все свободные члены равны нулю

б) у которой все свободные члены не равны нулю

в) у которой все свободные члены не равны нулю одновременно

г) имеющая нулевое решение

8. Решением системы $\begin{cases} 2x_1 + 4x_3 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$ является…

а) (1, 1, 1)

б) (1, -1, 1)

в) (3, 0, 2)

г) (1, 0, 3)

9. Решением системы $\begin{cases} -2x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 4x_5 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 + 7x_5 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 1 \end{cases}$ является…

а) не имеет решений

б) (0,0,0,0,0)

в) (1,1,1,1,1)

г) (2,-1,3,-1,4)

10. Неоднородная система линейных уравнений имеет единственное решение, если
а) определитель системы равен нулю;
б) определитель системы не равен нулю;
в) число уравнений равно числу неизвестных системы;
г) число уравнений больше числа неизвестных системы.

11. Система линейных уравнений называется совместной, если
а) ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы;
б) не существует решений системы;
в) число уравнений равно числу неизвестных системы;
г) число уравнений больше числа неизвестных системы.

12. Угол между векторами $\vec{a}$= (1, 0, 1) и $\vec{b}$ = (0, 1, 1) равен …

13. Площадь параллелограмма, построенного на векторах$\vec{a}$ = (6, 3, -2) и $\vec{b}$= (3, -2, 6), равна …

14. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}$ = (4, 3, 0), $\vec{b}$= (2, 1, 2), $\vec{c}$= (3, 2, 5), равен …

15. Скалярное произведение векторов $\vec{a}$= (2, 1, 0) и $\vec{b}$ = (1, - 1, 2) равно …

16. Разложение вектора $\vec{a}$ = (9, 4) по базису $\overline{p}$ = (2, - 3) и $\overline{q}$ = (1, 2) имеет вид
а) $2\overline{p} + 5\overline{q}$; б) $2\overline{p} - 5\overline{q}$; в) $5\overline{p} + 2\overline{q}$; г) $\overline{p} - 2\overline{q}$.

17. Значение выражения $(\vec{a} + \vec{b})\cdot(2\vec{a} - \vec{b})$, если $|\overline{a}| = 4$, $|\overline{b}| = 3$, $\vec{a} \perp \vec{b}$, равно …

18. Длина векторного произведения неколлинеарных векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$равна:

а) площади треугольника построенного на этих векторах;

б) объему параллелепипеда построенного на этих векторах;

в) площади параллелограмма построенного на этих векторах;

г) объему пирамиды, построенной на этих векторах.

19. Векторное произведение векторов $\vec{a} = \{2; 5; 7\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; 4\}$равно

а) $\{6; 1; -1\}$;

б) $\{-6; -1; -1\}$;

в) $\{6; -1; -1\}$;

г)$\sqrt{38}$.

20. Определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$равен…

**Тема 2** Аналитическая геометрия. Прямая на плоскости и в пространстве. Плоскость. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.

1. Уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(3; 1)$ и $M_2(5; 4)$
имеет вид:

а) $3x - 2y - 7 = 0$;

б)

в) $x - 2y + 7 = 0$;

г) $3x - y - 7 = 0$;

д) $3x - 2y - 9 = 0$.

2. Уравнение прямой, проходящей через точку $A(4; 1)$ и параллельно прямой $x + 2y + 3 = 0$имеет вид:

а) $x + y - 3 = 0$;

б) $-2x + y + 7 = 0$;

в) $x + 2y - 6 = 0$;

г) $2x + y - 6 = 0$.

3. Острый угол между прямыми $y = -5x + 3$ и $y = -\frac{2}{3}x + 7$ равен…

4. Угол между прямыми $x - 2y + 5 = 0$ и $3x - y + 4 = 0$ равен…

5. Угол между прямыми $2x - 3y + 5 = 0$ и $3x + 2y - 7 = 0$ равен…

6. Сумма координат точки пересечения прямых $3x - 2y + 1 = 0$ и $2x + 5y - 12 = 0$ равна…

7. Расстояние от точки $M_0(2; 1)$ до прямой $3x + 4y - 98 = 0$ равно…

8. Расстояние между параллельными прямыми $3x + 4y - 20 = 0$ и $6x + 8y + 5 = 0$ равно…

9. Расстояние от точки $M(6; 8)$ до прямой $4x + 3y + 2 = 0$ равно…

10. Расстояние между параллельными прямыми $4x + 3y - 8 = 0$ и $4x + 3y - 33 = 0$ равно…

11. Радиус окружности $x^2 - 10x + y^2 - 8y + 32 = 0;$ равен …

12. Действительная полуось гиперболы $9x^2 - 16y^2 + 144 = 0$ равна…

13. Радиус сферы $x^2 + 10x + y^2 + 2y + z^2 + 6z - 1 = 0$ равен…

14. Мнимая полуось гиперболы $9x^2 - 16y^2 + 144 = 0$ равна…

15. Уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2; 3; -1)$ параллельно плоскости $4x - 2y + 5z - 3 = 0$ имеет вид:

а) $4x - 2y + 5z - 3 = 0$;

б) $4x - 2y + 5z - 9 = 0$;

в) $4x - 2y + 5z + 3 = 0$;

г) $4x - 2y + 5z + 19 = 0$.

**Тема 3. Функции и пределы.** Непрерывность функции. Производная и ее применение.

1. Функцией называется зависимость переменной Y от переменной X, при которой…
   а) каждому значению Y соответствует единственное значение X;
   б) каждому значению X соответствует единственное значение Y;
   в) каждому значению X соответствует единственное значение Y и обратно.
   г) нет правильного ответа.

2. Функцией называется монотонно возрастающей на данном числовом промежутке, если большему значению аргумента соответствует … значение функции;

3. Все значения, которые принимает независимая переменная X образуют область …функции

4. Значение предела $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3x^2 - 4x + 7}{7x^2 + 12x}$ равно …

5. Значение предела $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2 - 3}{x^2 - 4}$ равно…

6.Предел функции $y = e^{\frac{1}{x}}$ при $x \to \pm\infty$ равен

7.Дана функция $y = \frac{3}{x-5}$. Точка $x = 5$ является…

а) точкой экстремума; б) точкой устранимого разрыва;

в) точкой непрерывности; г) точкой разрыва II рода.

8.Бесконечно малая функция $y = sin\, 5x$ при $x \to 0$ эквивалентна функции

а) $x$; б) $tgx$; в) $5x$; 5. г) 0.

9.Выберите утверждения, справедливые для пределов функций:

а) Постоянный множитель нельзя выносить за знак предела;

б) Предел суммы функций равен сумме пределов;

в ) Предел отношения функций равен разности пределов;

г ) Нет правильного ответа.

10. Производной функции (когда приращение аргумента стремится к нулю) называется … отношения приращения функции к приращению аргумента;

11. Первая производная функции показывает

а) скорость изменения функции;

б) направление функции;

в) приращение функции;

г ) приращение аргумента функции.

12.Дифференцированием называется операция нахождения …

13. Производная любого постоянного числа равна…

14. Геометрический смысл производной – это ...

а) угловой коэффициент касательной к графику функций;

б) касательная;

в) скорость изменения функций;

г) дифференцирование.

15. Функция z=f(x,y) называется непрерывной в точке $M_0$, если предел функции в этой точке существует и а) равен … функции в этой точке;

16. Значение производной функции $y = ln(x^2 + 5)$ в точке $x = 1$ равно

17. Функция $y = 2x - x^2$ достигает максимума при $x$, равном…

**Тема 4.** Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Кратные интегралы.

1. Интеграл $\int_0^1 2x\,dx$ равен…

2. Определенный интеграл с одинаковыми пределами интегрирования равен …

3. Площадь фигуры ограниченная линиями $y = 2x - x^2, y = 0$равна…

4. Интеграл $\int_0^2 (3x^2 - 1)\,dx$ равен…

5. Интеграл $\int_0^\pi dx$ равен…

6. Интеграл $\int_1^e \frac{dx}{x}$ равен…

7. Интеграл $\int_0^1 2x\,dx$ равен…

8. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin\,x\,dx$ равен…

9. Определенным интегралом называется множество … функции F(x)+C, где C-произвольная постоянная.

10. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$ и $y=2-x$ определяется формулой…

а) $\int_{-2}^1 (2 - x - x^2)dx$

б) $\int_{-2}^1 (x^2 - (2 - x))dx$

в) $\int_0^1 (2 - x + x^2)dx$

г) $\int_{-2}^1 (x - 2 - x^2)dx$

11. Значение интеграла $\int_0^\pi xsinxdx$ равно…

12. Определенный интеграл существует, если функция y=f(x) … на отрезке [a;b]

13. Несобственный интеграл $\int_{-1}^{+\infty} (x + 2)^{-4}\,dx$ равен…

14. Определенный интеграл $\int_4^5 x\sqrt{x^2 - 16}\,dx$ равен…

15. Площадь фигуры ограниченная линиями $y = 4 - x^2, y = 0$ равна…

**Тема 5.** Дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков.

1. Решением дифференциального уравнения называется всякая функция, которая при подстановке в уравнение обращает его в …

2. Дифференциальным уравнением 1-го порядка является уравнение

а) $y''' + 2y'' - 3y' + 1 = 2x$; б) $y' = \frac{x}{x+9}$;

в) $y = 2x - 3$; г) $y = \frac{\sqrt{x} \cdot y''}{x-1}$.

3. Дифференциальным уравнением 2-го порядка является

а) $y^2 = \frac{x}{x+9}$; б) $y''' + 2y'' - 3y' + 1 = 2x$;

в) $y = 2x^2 - 7$; г) $x = \frac{\sqrt{x} \cdot y''}{x-1}$.

4. Дифференциальное уравнение $y'' - y' + y = (x+1) \cdot e^x$ является

а) уравнением с разделяющимися переменными;

б) линейным уравнением 1-го порядка;

в) линейным однородным уравнением 2-го порядка;

г) линейным неоднородным уравнением 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

5. Решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами содержит тригонометрические функции, если корни характеристического уравнения …

6. Дифференциальным уравнением (ДУ) называется уравнение, связывающее между собой независимую переменную x, искомую функции y и её … или дифференциалы.

7. Уравнение вида $y' + p(x)y = f(x)$, где p(x) и f(x) – непрерывные функции, называется …дифференциальным уравнением первого порядка.

8. Дифференциальное уравнение вида $y''' - 4y'' + 7y' = 0$ относится к линейным … дифференциальным уравнениям второго порядка.

9. Уравнение вида $y' = f(x) \cdot g(y)$, где f(x) и g(y)- непрерывные функции, называется дифференциальным уравнение …

**Тема 6.** Ряды. Числовые ряды. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Функциональные и степенные ряды. Ряды Фурье.

1. Числовой ряд сходится, если предел его частичных сумм…
2. Если предел n-го члена рядя равен нулю, то необходимое условие сходимости …
3. Для данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^n}$ необходимо воспользоваться …признаком сходимости.
4. Для данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ необходимо воспользоваться …признаком сходимости.
5. Для данного ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n}$ необходимо воспользоваться …признаком сходимости.
6. Ряд вида $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} u_n$ называется …рядом.
7. Ряд вида $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ называется …рядом.
8. Ряд вида $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ называется …рядом.
9. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{6^n x^n}{5^n}$ равен …
10. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5n} x^{2n}$ равен …

**Тема 7.** Случайные события. Случайные величины.

1. Если появление одного события исключает появление другого события в одном и том же испытании, то такие события называют…
2. Сумма вероятностей двух противоположных событий равна…
3. Сколько можно составить четырехзначных чисел из цифр 5, 7, 8, 9 так, чтобы все цифры в изображении числа входили только один раз
4. Семь студентов сдали экзамен по теории вероятностей на хорошо и отлично. Сколькими способами могли быть поставлены им оценки?
5. При бросании двух монет рассматриваются события: выпадение герба на первой монете и выпадение герба на второй монете. Чему равна вероятность выпадения герба на двух монетах одновременно?
6. Чему равна вероятность всхожести 4 семян из 5, если вероятность всхожести одного семени 0,8?
7. В коробке лежат 3 белых и 4 черных шарика. Вероятность того, что из коробки наугад извлекут 2 белых шара, равна...
8. Если событие в данном опыте не может произойти, то оно называется...
9. Если событие происходит в данном опыте обязательно, то оно называется...
10. Если появление одного из событий не исключает появление другого в одном и том же испытании, то такие события называются...
11. Если появление события B не изменяет вероятность события A, то события A и B называются…
12. На факультете изучается 16 предметов. На понедельник нужно в расписание поставить 3 предмета. Сколькими способами можно это сделать?
13. Для посева берут семена из двух пакетов. Вероятность прорастания семян в первом пакете равна 0,4, а во втором 0,5. Взяли по одному семени из каждого пакета, тогда вероятность того, что оба они прорастут, равна…
14. Два стрелка стреляют по разу в общую цель. Вероятность попадания в цель у одного стрелка 0,8, у другого – 0,9. Вероятность того, что цель не будет поражена ни одной пулей равна…

15. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель у одного стрелка 0,7, у другого – 0,8. Вероятность того, что цель будет поражена равна…
16. В ящике 50 деталей, среди них 5 окрашенных. Наудачу извлекается деталь. Вероятность вынуть на удачу окрашенную деталь равна…

Тема 8. Математическая статистика

1. Стоимость различных учебных пособий по математике в книжном магазине составила 56; 83; 77; 86; 35; 123 и 83 рубля. Объем данной выборки равен …
2. Дана выборка 5; 8; 7; 3; 2; 1, -3; 9. Тогда её выборочная средняя равна …
3. Из генеральной совокупности извлечена следующая выборка: 2; 2; 3; 3; 4; 4; 4; 6; 6; 6. Для варианты $x_i = 4$ относительная частота будет равна…
4. Мода вариационного ряда 1, 3, 5, 5, 6, 7 равна…
5. В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 14, 16, 17. Тогда несмещенная оценка дисперсии измерений равна…
6. Выборочное среднее является точечной оценкой …, а выборочная дисперсия - точечной оценкой …
7. При проверке статистической гипотезы, ошибка первого рода – это отклонение нулевой гипотезы, которая в действительности является …
8. Мощность критерия – это вероятность не допустить ошибку … рода.
9. Критическая область – это все возможные значения критерия, при которых есть основание … альтернативную гипотезу.
10. Проведено 5 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины: 9, 10, 11, 13, 14. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна…

**Приложение 4**

**Итоговый тест.**

***Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности***

***Вопросы для проверки уровня обученности «знать»***

1. Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда…
   а) ранг матрицы системы больше ранга расширенной матрицы системы
   б) она имеет единственное решение
   в) она имеет бесконечное множество решений
   г) ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы
2. Производной функции (когда приращение аргумента стремится к нулю) называется…
   а) отношение приращения функции к приращению аргумента;
   б) предел отношения приращения функции к приращению аргумента;
   в) отношение функции к пределу аргумента;
   г) отношение предела функции к аргументу.
3. Множество первообразных функции F(x)+C, где C-произвольная постоянная называется…
   а) неопределенным интегралом;
   б) семейством первообразных;
   в) несобственным интегралом
   г) площадью криволинейной трапеции
4. Решением дифференциального уравнения называется…
   а) всякая функция, которая при подстановке в уравнение обращает его в тождество;
   б) всякая переменная, обращающая уравнение в тождество;
   в) всякая постоянная, обращающая уравнение в тождество;
   г) нет правильного ответа.
5. Числовой ряд сходится, если предел его частичных сумм…
   а) конечен
   б) бесконечен
   в) не существует
   г) нет правильного ответа

***Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»***

6. Векторное произведение векторов $\vec{a} = \{2; 5; 7\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; 4\}$ равно…
   а) $\{6; 1; -1\}$;
   б) $\{-6; -1; -1\}$;
   в) $\{6; -1; -1\}$;
   г) $\sqrt{38}$.
7. Скалярное произведение векторов $\vec{a}$= (2, 1, 0) и $\vec{b}$ = (1, - 1, 2) равно …
   а) 3;
   б) - 1;
   в) 5;
   г) 1.
8. Геометрический смысл производной - это...
   а) угловой коэффициент касательной к графику функций;
   б) касательная;
   в) скорость изменения функций;
   г) дифференцирование.
9. Радиус сходимости некоторого степенного ряда равен R= 5, тогда интервал сходимости имеет вид:
   а) (5; 0)
   б) (–5; 5)
   в) (–5; 0)
   г) нет правильного ответа
10. Среднее выборочное вариационного ряда 1; 2; 3; 3; 7; 8 равно …
    а) 2.
    б) 4.
    в) 6.
    г) 3.

***Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»***

11. Сумма матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 9 & -5 \end{pmatrix}$ равна…

а) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -21 & 17 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -12 & 12 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 7{,}5 & -1{,}5 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$.

12. Определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$ равен…

а) 2;
б) - 26;
в) 26;
г) 7.

13. Площадь фигуры ограниченная линиями $y = 2x - x^2, y = 0$ равна…

а) $\frac{4}{3}$
б) $\frac{8}{3}$
в) $\frac{1}{2}$
г) $\frac{8}{5}$

14. Знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

а) сходится;
б) сходится абсолютно;
в) сходится равномерно;
г) сходится условно.

15. В ящике 50 деталей, среди них 5 окрашенных. Наудачу извлекается деталь. Вероятность вынуть на удачу окрашенную деталь равна…

а) 1/50;
б) 1/5;
в) 1/10;
г) 1/2.

1 семестр

***Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности***

***Вопросы для проверки уровня обученности «знать»***

1. Произведением $\alpha \cdot A$ матрицы А на число $\alpha$ называется матрица В, получающаяся из матрицы А…
   а) умножением всех ее элементов на $\alpha$
   б) умножением элементов ее 1-й строки (столбца) на $\alpha$
   в) умножением ее элементов, стоящих на главной диагонали, на $\alpha$
   г) умножением элементов некоторой (некоторого) строки (столбца) на $\alpha$

2. Умножение двух матриц определено только, если…
   а) число столбцов первой матрицы равно числу строк второй
   б) число строк первой матрицы равно числу столбцов второй
   в) матрицы имеют одинаковое число строк
   г) матрицы имеют одинаковое число столбцов

3. Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда…
   а) ранг матрицы системы больше ранга расширенной матрицы системы
   б) она имеет единственное решение
   в) она имеет бесконечное множество решений
   г) ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы

4. Системой линейных однородных уравнений называется система линейных уравнений…
   а) у которой все свободные члены не равны нулю одновременно
   б) у которой хотя бы один свободный член не равен нулю
   в) у которой все свободные члены равны нулю
   г) имеющая нулевое решение

5.Длина векторного произведения неколлинеарных векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и равна …

а) площади треугольника построенного на этих векторах;
б) объему параллелепипеда построенного на этих векторах;
в) площади параллелограмма построенного на этих векторах;
г) объему пирамиды, построенной на этих векторах.

### *Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»*

5. Векторное произведение векторов $\vec{a} = \{2; 5; 7\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; 4\}$ равно…
   а) $\{6; 1; -1\}$;
   б) $\{-6; -1; -1\}$;
   в) $\{6; -1; -1\}$;
   г) $\sqrt{38}$.
6. Угол между векторами $\vec{a}$= (1, 0, 1) и $\vec{b}$ = (0, 1, 1) равен…
   а) 30°;
   б) 60°;
   в) 90°;
   г) 0°.
8. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ = (7, 6, - 6) и $\vec{b}$= (6, 2, 9), равна…
   а) 11;
   б) 121;
   в) 80;
   г) 242.
9. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}$ = (4, 3, 0), $\vec{b}$= (2, 1, 2), $\vec{c}$= (3, 2, 5), равен …
   а) 72;
   б) 8;
   в) 24;
   г) 2.
10. Скалярное произведение векторов $\vec{a}$= (2, 1, 0) и $\vec{b}$ = (1, - 1, 2) равно …
   а) 3;
   б) - 1;
   в) 5;
   г) 1.

### *Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»*

11. Сумма матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 9 & -5 \end{pmatrix}$ равна…
   b) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -21 & 17 \end{pmatrix}$;
   б) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -12 & 12 \end{pmatrix}$;
   в) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 7{,}5 & -1{,}5 \end{pmatrix}$;
   г) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$.
12. Определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$ равен…
   а) 2;
   б) - 26;
   в) 26;
   г) 7.
13. Координаты центра и радиус окружности $x^2 - 10x + y^2 - 8y + 32 = 0;$ равны:
   а) $(-5; -4), R = 9;$
   б) $(0; 0), R = 3;$
   в) $(5; 4), R = 3;$
   г) $(5; 4), R = 4;$
14. Уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(-1; 1; -3)$ параллельно вектору $\vec{s}(1; -3; 4)$ имеет вид:

а) $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{4}$

б) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{4}$

в) $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+4}{-3}$

г) $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-3}$

15. Решением системы $\begin{cases} 2x_1 + 4x_3 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$ является…

а) (1, 1, 1)

б) (1, -1, 1)

в) (3, 0, 2)

г) (1, 0, 3)

2 семестр

***Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности***

***Вопросы для проверки уровня обученности «знать»***

1. Функцией называется зависимость переменной Y от переменной X, при которой…
   а) каждому значению Y соответствует единственное значение X;
   б) каждому значению X соответствует единственное значение Y;
   в) каждому значению X соответствует единственное значение Y и обратно.
   г) нет правильного ответа.
2. Функцией называется монотонно возрастающей на данном числовом промежутке, если…
   а) большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции;
   б) большему значению аргумента соответствует большее значение функции;
   в) меньшему значению аргумента соответствует меньшее значение функции;
   г) нет правильного ответа.
3. Производной функции (когда приращение аргумента стремится к нулю) называется…
   а) отношение приращения функции к приращению аргумента;
   б) предел отношения приращения функции к приращению аргумента;
   в) отношение функции к пределу аргумента;
   г) отношение предела функции к аргументу.
4. Множество первообразных функции F(x)+C, где C-произвольная постоянная называется…
   а) неопределенным интегралом;
   б) семейством первообразных;
   в) несобственным интегралом
   г) площадью криволинейной трапеции
5. Площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми x=a, x=b,y=0 и частью графика функции y=f(x), взятой со знаком «+», если f(x)≥0, и со знаком «-», если f(x)≤0 численно равен…
   а) первообразной функции f(x);
   б) несобственному интегралу;
   в) определенному интегралу;
   г) неопределенному интегралу.

***Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»***

6. Геометрический смысл производной - это...
   а) угловой коэффициент касательной к графику функций;
   б) касательная;
   в) скорость изменения функций;

г) дифференцирование.

7. Функция z=f(x,y) называется непрерывной в точке $M_0$, если предел функции в этой точке существует и ….

а) равен значению функции в этой точке;

б) не равен значению функции в этой точке;

в) равен производной функции в этой точке;

г) равен нулю.

8. С помощью, какой формулы, в основном, решаются задания по нахождению определенного интеграла:

а) формулы Римана;

б) формулы Коши;

в) используя формулы преобразования интеграла;

г) формулы Ньютона – Лейбница.

9. Значение производной функции $y = ln(x^2 + 5)$ в точке $x = 1$ равно

а) 1; б) 1/3; в) 3; г) - 1/3.

10. Интеграл $\int_0^1 2x\,dx$ равен…

а) $-1$

б) $-3\frac{18}{7}$

в) $-\frac{18}{7}$

г) 1

## *Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»*

1. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x^2-4x+7}{7x^2+12x}$ равно

а) $+\infty$; б) 7; в) $\frac{3}{7}$; г) $-\infty$.

12. Дана функция $y = \frac{3}{x-5}$. Точка $x = 5$ является

а) точкой экстремума; б) точкой устранимого разрыва;

в) точкой непрерывности; г) точкой разрыва II рода.

13. Функция $y = 2x - x^2$ достигает максимума при $x$, равном

а) 0; б) 2; в) - 1; г) 1.

14. Площадь фигуры ограниченная линиями $y = 2x - x^2, y = 0$ равна…

а) $\frac{4}{3}$

б) $\frac{8}{3}$

в) $\frac{1}{2}$

г) $\frac{8}{5}$

15. Значение интеграла $\int cos\frac{x}{2}dx$ равно

а) $-\frac{1}{2}sin\,x + C$; б) $\frac{1}{2}cos\,x + C$; в) $\frac{1}{2}sin\frac{x}{2} + C$; г) $2\,sin\frac{x}{2} + C$.

3 семестр

## *Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности*

### *Вопросы для проверки уровня обученности «знать»*

1. Порядком дифференциального уравнения называется:

а) порядок наивысшей производной, входящей в уравнение;

б) порядок аргумента, входящего в уравнение;

в) порядок функции, входящей в уравнение;

г) нет правильного ответа.

2. Решением дифференциального уравнения называется…

а) всякая функция, которая при подстановке в уравнение обращает его в тождество;

б) всякая переменная, обращающая уравнение в тождество;

в) всякая постоянная, обращающая уравнение в тождество;

г) нет правильного ответа.

3. Уравнение вида $y' = f(x) \cdot g(y)$, где f(x) и g(y)- непрерывные функции, называется дифференциальным уравнение …

а) однородным;

б) линейным;

в) с разделяющими переменными;

г) высшего порядка.

4. Числовой ряд сходится, если предел его частичных сумм…

а) конечен

б) бесконечен

в) не существует

г) нет правильного ответа

5. Если предел n-го члена рядя равен нулю, то...

а) необходимое условие сходимости выполнено

б) необходимое условие сходимости не выполнено

в) возникает неопределенность

г) нет правильного ответа

### *Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»*

6. Дифференциальным уравнением 2-го порядка является

а) $y^2 = \frac{x}{x+9}$; б) $y''' + 2y'' - 3y' + 1 = 2x$;

в) $y = 2x^2 - 7$; г) $x = \frac{\sqrt{x} \cdot y''}{x-1}$.

7. Дифференциальное уравнение $y'' - y' + y = (x+1) \cdot e^x$ является

а) уравнением с разделяющимися переменными;

б) линейным уравнением 1-го порядка;

в) линейным однородным уравнением 2-го порядка;

г) линейным неоднородным уравнением 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

7. Радиус сходимости некоторого степенного ряда равен R= 5, тогда интервал сходимости имеет вид:

а) (5; 0)

б) (–5; 5)

в) (–5; 0)

г) нет правильного ответа

8. Седьмой член ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (n+2)}{n^2-1}$ равен

а) 7; б) $\frac{21}{16}$; в) 1; г) 49.

9. При исследовании на сходимость для данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^n}$ необходимо воспользоваться признаком …

а) радикальным признаком Коши;

б) интегральным признаком Коши;

в) признаком Даламбера;

г) необходимым признаком сходимости.

### *Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»*

10. Знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

а) сходится; б) сходится абсолютно;

в) сходится равномерно; г) сходится условно.

11. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{6^n x^n}{5^n}$ равен …

а) $\frac{6}{5}$

б) $\infty$

в) $1$

г) $\frac{5}{6}$

12. Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5n} x^{2n}$ равен …

а) $\frac{1}{2}$

б) $0$

в) $\frac{2}{5}$

г) $\frac{5}{2}$

13. При исследовании сходимости данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ необходимо воспользоваться признаком...
    а) радикальным признаком Коши;
    б) интегральным признаком Коши;
    в) признаком Даламбера;
    г) признаком сравнения.

14. При исследовании сходимости данного ряда $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\cdot\ln n}$ необходимо воспользоваться признаком…
    а) радикальным признаком Коши;
    б) интегральным признаком Коши;
    в) признаком Даламбера;
    г) необходимым признаком сходимости.

4 семестр

***Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности***

***Вопросы для проверки уровня обученности «знать»***

1. Если появление одного события исключает появление другого события в одном и том же испытании, то такие события называют..
    а) достоверными;
    б) совместными;
    в) несовместными;
    г) случайными.
2. Суммой событий А и В называют событие, которое происходит тогда и только тогда, когда происходит…
    а) только событие А;
    б) хотя бы одно из событий А и В;
    в) только событие В;
    г) не происходит ни одно из событий А и В.
3. Сумма вероятностей двух противоположных событий равна…
    а) 0;
    б) 0,5;
    в) 1;
    г) 0,6.
4. Вероятность случайного события равна …
    а) 1
    б) 0
    в) 0,5
    г) 0<P(A)<1
5. Сумма частот признака равна:
    а) объему выборки n
    б) среднему арифметическому значений признака
    в) нулю
    г) единице

***Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»***

6. Сколько можно составить четырехзначных чисел из цифр 5, 7, 8, 9 так, чтобы все цифры в изображении числа входили только один раз.
    а) 24;
    б) 12;
    в) 48;
    г) 32.
7. Слово «учебник» составлено из букв разрезной азбуки. Затем карточки с буквами перемешивают и из них извлекают по очереди 6 карточек. Найти вероятность того, что шесть карточек в порядке выхода составят слово «ученик».
    а) 0,02;
    б) $\frac{1}{A_7^6}$;
    в) $\frac{6}{A_7^6}$;
    г) $\frac{1}{7!}$.
8. Монета подбрасывается 10 раз. Какова вероятность того, что герб выпадет 4 раза?
    а) 0,205
    б) 1,5
    в) 0,01

г) $\frac{98}{1711}$

9. Стоимость различных учебных пособий по математике в книжном магазине составила 56; 83; 77; 86; 35; 123 и 83 рубля. Объем данной выборки равен …

а) 4.
б) 5.
в) 6.
г) 7.

10. Среднее выборочное вариационного ряда 1; 2; 3; 3; 7; 8 равно …

а) 2.
б) 4.
в) 6.
г) 3.

### *Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»*

11. Игральная кость бросается один раз. Вероятность того, что появится *не менее* 5 очков, равна..

а) 1/6;
б) 5/6;
в) 1/2;
г) 1/3.

2. В ящике 50 деталей, среди них 5 окрашенных. Наудачу извлекается деталь. Вероятность вынуть на удачу окрашенную деталь равна…

а) 1/50;
б) 1/5;
в) 1/10;
г) 1/2.

13. Прибор состоит из двух элементов, работающих независимо. Вероятность выхода из строя первого элемента при включении прибора – 0,05, второго – 0,08. Найти вероятность того, что при включении прибора оба элемента будут работать.

а) 0,826;
б) 0,871;
в) 0,928;
г) 0,874.

14. С первого станка на сборку поступает 40% деталей, остальные 60% - со второго. Вероятность появления бракованных деталей на первом и втором станке соответственно равна 0,01 и 0,04. Найти вероятность того, что наудачу поступившая на сборку деталь окажется бракованной.

а) 0,032;
б) 0,024;
в) 0,022;
г) 0,028.

15. В партии из 10 деталей имеется 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди 6 взятых наудачу деталей окажется 4 стандартных.

а) 0,5;
б) 0,7;
в) $\frac{3}{4}$;
г) $\frac{2}{3}$.

Приложение 5

**Промежуточный контроль:**

Вопросы к экзамену 1 семестр

**Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности**

## *Вопросы для проверки уровня обученности «знать»*

1. Дайте определение понятия матрицы размера $m \times n$.
2. Перечислите различные виды матриц.
3. Дайте определение понятия суммы двух матриц.
4. Дайте определение понятия произведения числа $\alpha$ на матрицу $A$.
5. Дайте определение понятия произведения матрицы $A$ на матрицу $B$.
6. Дайте определение понятия минор элемента матрицы $n$-го порядка.
7. Дайте определение понятия алгебраического дополнения элемента матрицы $n$-го порядка.
8. Дайте определение понятия определителя и правила вычисления определителей второго, третьего порядков.
9. Перечислите свойства определителей.
10. Дайте определение скалярного произведения двух векторов.
11. Перечислите свойства скалярного произведения векторов.
12. Дайте определение векторного произведения двух векторов.
13. Перечислите свойства векторного произведения.
14. Дайте определение смешанного произведением трех векторов.
15. Перечислите свойства смешанного произведения трех векторов.

## *Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»*

1. Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли – критерий существования решения системы линейных уравнений.
2. Сформулируйте правило Крамера для решения системы линейных уравнений.
3. Сформулируйте метод Гаусса для решения системы линейных уравнений.
4. Сформулируйте метод обратной матрицы для решения системы линейных уравнений.
5. Запишите общее уравнение прямой на плоскости. Перечислите различные виды уравнения на плоскости.
6. Как найти угол между прямыми на плоскости?
7. Запишите условие параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.
8. Запишите каноническое уравнение эллипса, гиперболы и параболы, и укажите геометрический смысл входящих в них параметров.
9. Запишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно вектору $\bar{n} = (A, B, C)$.
10. С помощью какой формулы можно найти угол между плоскостями?
11. Запишите условие параллельности и перпендикулярности плоскостей $A_1x + B_1y + C_1x + D_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.
12. Запишите канонические уравнения прямой в пространстве и укажите геометрический смысл входящих в них параметров.
13. Запишите уравнение прямой в пространстве, проходящей через две данные точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$.
14. Запишите условие параллельности и условие перпендикулярности прямых в пространстве, заданных в каноническом виде.
15. Запишите условие параллельности и условие перпендикулярности прямой и плоскости.

## *Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»*

1. Вычислить произведение матриц А*В: $A = \begin{pmatrix} 36 \\ 71 \\ 52 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$.
2. Вычислить определитель:$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ 1 & 1 & 8 \end{vmatrix}$.
3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ и $\vec{в} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$.
4. Найти смешанное произведение векторов $\vec{a} = \{1; -1; 1\}$, $\vec{в} = \{1; 1; 1\}$, $\vec{c} = \{2; 3; 4\}$.
5. Вычислить площадь треугольника с вершинами А (7;3;4), В (1;0;6) и С (4;5;-2).
6. Найти объём треугольной пирамиды с вершинами А (0;0;1), В (2;3;5), С (6;2;3) и D (3;7;2).
7. Установить, компланарны ли векторы $\vec{a}, \vec{в}, \vec{c}$, если $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$, $\vec{в} = \{1; -1; 3\}$, $\vec{c} = \{1; 9; -11\}$.
8. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0$ (2;1;-1) и нормальный вектор $\vec{n}(1, -2, 3)$.
9. Найти угол между плоскостями $x - 2y + 2z - 8 = 0$ и $x + z - 6 = 0$.
10. Даны точки $M_1$(0,-1,3) и $M_2$(1,3,5). Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1$ и перпендикулярной к вектору $\overline{M_1M_2}$.
11. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x - y - 1 = 0$ и $3x - y + 4 = 0$ параллельно прямой $4x + 2y - 13 = 0$.

12. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1$ (1;-1;2), $M_2$ (2;1;2), $M_3$ (1;1;4).
13. Найти угол между прямой и плоскостью:
$\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$ и x+y+2z-4=0
14. Найти уравнение перпендикуляра к плоскости $x - 2y + z - 9 = 0$, проходящего через точку A (-2; 0; -1).
15. Найти угол между прямыми: $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{3}$ и $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+2}{1}$

Вопросы к экзамену 2 семестр

**Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности**

## *Вопросы для проверки уровня обученности «знать»*

1. Дайте определение понятия функция.
2. Перечислите основные свойства функции.
3. Дайте определение предела числовой последовательности.
4. Дайте определение предела функции в точке.
5. Определите понятие предела функции на бесконечности.
6. Приведите классификацию точек разрыва функции.
7. Дайте определение производной функции одной независимой переменной.
8. Дайте определение функции двух переменных и ее области определения.
9. Дайте определение частных производных функции двух переменных.
10. Дайте определение первообразной.
11. Дайте определение неопределенного интеграла.
12. Перечислите основные свойства неопределённого интеграла.
13. Дайте определение определённого интеграла, укажите его геометрический смысл.
14. Дайте определение несобственного интеграла I рода.
15. Дайте определение несобственного интеграла II рода.

## *Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»*

1. Сформулируйте определения односторонних пределов.
2. Сформулируйте первый замечательный предел; второй замечательный предел.
3. Сформулируйте понятие непрерывности функции в точке.
4. Сформулируйте определение дифференциала.
5. Сформулируйте достаточное условие существования экстремума функции, связанное с производной первого порядка.
6. Сформулируйте достаточное условие существования экстремума функции, связанное с производной второго порядка.
7. Сформулируйте определение градиента функции.
8. Определите и укажите правила нахождения производных и дифференциалов высших порядков для функции одной независимой переменной.
9. Сформулируйте определение неопределенного интеграла.
10. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
11. Укажите правило применения замены переменной в определенном интеграле.
12. Выпишите формулу интегрирования по частям для определенного интеграла.
13. Приведите формулу для объёмов тел вращений вокруг оси Ох, вокруг оси Оу.
14. Сформулируйте признаки сходимости несобственного интеграла I рода.
15. Сформулируйте признаки сходимости несобственного интеграла II рода.

## *Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»*

1. Вычислить предел функции $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{3x^6-5x^3+2}{8x-x^6+4}$
2. Вычислить предел функции $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-5x+6}{7x-6-2x^2}$
3. Пользуясь правилом Лопиталя, вычислить предел $\lim\limits_{x\to 4} \frac{x^2-16}{x^2-3x-4}$
4. Вычислить производную функции $y = \frac{x}{e^x}$
5. Вычислить производную функции y=ln(5-x)
6. Вычислить производную $y = (\text{arctg}\, x + 7)^3$
7. Найти экстремумы функции $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3.$
8. Найти точки перегиба функции $y = x^4 - 6x^2 + 5$
9. Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$.
10. Вычислить интеграл: $\int Cos4xdx$
11. Вычислить интеграл: $\int x \ln x \, dx$

12. Вычислить интеграл по формуле Ньютона-Лейбница $\int_0^1 (x + x^3) dx$
13. Вычислить интеграл используя замену переменной $\int_4^7 \sqrt{x-3}\, dx$
14. . Вычислить площади фигур, ограниченных линиями $y = x^2, y = \sqrt{x}$
15. Вычислить несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования или установить его расходимость $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4}$;

Вопросы к экзамену 3 семестр

**Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности**

### *Вопросы для проверки уровня обученности «знать»*

1. Дайте определение дифференциального уравнения первого порядка.
2. Дайте определение общего и частного решений дифференциального уравнения первого порядка.
3. Дайте определение однородного дифференциальное уравнение первого порядка.
4. Дайте определение линейного дифференциального уравнения первого порядка.
5. Дайте определение дифференциального уравнения в полных дифференциалах.
6. Дайте определение дифференциального уравнения n-ого порядка.
7. Дайте определение общего и частного решений дифференциального уравнения n-ого порядка.
8. Дайте определение однородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.
9. Дайте определение неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.
10. Дайте определение числового ряда
11. Дайте определение знакочередующегося ряда.
12. Дайте определение функционального ряда.
13. Дайте определение степенного ряда.
14. Дайте определение ряда Фурье с периодом $2\pi$.
15. Дайте определение ряда Фурье с периодом $2l$.

### *Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»*

1. Запишите общий вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
2. Запишите общий вид линейного дифференциального уравнения первого порядка.
3. Запишите уравнение Бернулли и укажите методы его решения.
4. Сформулируйте необходимое и достаточное условие того, чтобы уравнение P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0 было уравнением в полных дифференциалах.
5. Запишите общий вид характеристического уравнения.
6. Запишите общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения действительные и различные.
7. Запишите общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения равные.
8. Запишите общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения комплексные.
9. Сформулируйте необходимый признак сходимости числовых рядов.
10. Сформулируйте признак Даламбера сходимости числовых рядов.
11. Сформулируйте радикальный признак Коши сходимости числовых рядов.
12. Сформулируйте интегральный признак Коши сходимости числовых рядов.
13. Сформулируйте признак сравнения сходимости числовых рядов.
14. Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов.
15. Сформулируйте понятие абсолютной и условной сходимости знакопеременного ряда.

### *Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»*

1. Найти общее решение уравнения: $xy' + 2y = 0$
2. Найти частные решения уравнений, удовлетворяющие указанным начальным условиям: $(2x + 1)dy + y^2 dx = 0$, $y_0 = 1$ при $x_0 = 4$.
3. Найдите решение дифференциального уравнения:$y' - \frac{3}{x} y = x$
4. Решить дифференциальное уравнение: $y'' + 4y' - 5y = 0$
5. Решить уравнение: $y'' + 4y' - 4y = 5Sin3x$
6. Решить дифференциальное уравнение: $y'' + 4y = 7e^{-4x}$.
7. Исследовать сходимость ряда: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n n}{5^n}$
8. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n-2}{3n-1}$.
9. Определить, сходится ли знакочередующийся ряд, установить характер сходимости (абсолютная, условная):$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$

10. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$.
11. Исследовать ряд на сходимость: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$
12. Вычислить $\int_0^{\frac{1}{4}} e^{-x^2} dx$ с точностью до 0,001.
13. 
14. Вычислить *sin1* с точностью до 0,001
15. Разложить в ряд Тейлора функцию $f(x)= e^{2x}$ по степеням *x-1*.
16. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{6^n x^n}{5^n+3^n}$.

Вопросы к экзамену 4 семестр

**Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности**

## *Вопросы для проверки уровня обученности «знать»*

34. Дайте определения достоверного, невозможного и случайного событий.
35. Дайте определения совместного, несовместного и равновозможного событий.
36. Дайте определения понятий: «комбинаторика», «перестановки», «размещения», «сочетания».
37. Дайте определение понятий: случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины.
38. Дайте определение функции распределения случайной величины.
39. Дайте определение плотности вероятностей непрерывной случайной величины.
40. Дайте определения генеральной и выборочной совокупности.
41. Дайте определения выборочной средней, выборочной дисперсии, выборочного среднеквадратического отклонения.
42. Дайте определение точечной оценки параметров распределения случайной величины и сформулируйте требования, предъявляемые к точечным оценкам.
43. Дайте определения доверительного интервала, доверительной вероятности, укажите точность оценки.
44. Дайте определение статистической гипотезы, основной и альтернативной гипотез.
45. Дайте определения ошибок первого и второго рода, критической области.
46. Дайте определение эмпирической функцией распределения.
47. Дайте определение полигона и гистограммы.
48. Дайте определения мощности критерия.

## *Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»*

1. Сформулируйте классическое определение вероятности.
2. Перечислите свойства вероятности.
3. Сформулируйте теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий.
4. Сформулируйте и запишите теоремы умножения вероятностей зависимых и независимых случайных событий.
5. Запишите формулу полной вероятности.
6. Запишите формулы Байеса.
7. Запишите формулу Бернулли.
8. Перечислите основные законы распределения дискретной величины и условия их использования.
9. Запишите формулы для вычисления числовых характеристик дискретной случайной величины.
10. Запишите формулы для вычисления числовых характеристик непрерывной случайной величины.
11. Укажите основные свойства математического ожидания и дисперсии.
12. Укажите основные законы распределения непрерывных случайных величин и их вид.
13. Укажите правило построения доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии.
14. Сформулируйте основные задачи математической статистики.
15. Перечислите основные этапы проверки статистических гипотез.

## *Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»*

1. Из букв Н, М, И, Я, Л, О разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекаются 6 букв и складываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «МОЛНИЯ»?
2. В урне содержится 10 черных и 4 белых шара. Наудачу извлекаются 2 шара из урны. Какова вероятность того, что оба извлеченных шара – белые?
3. Устройство содержит 2 независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов соответственно равны 0,07 и 0,09. Найти вероятность отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.
4. Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна p=0,8. Найти вероятность того, что событие появится не менее 70 раз и не более 80 раз.
5. На станциях отправления поездов находится 1000 автоматов для продажи билетов. Вероятность выхода из строя одного автомата в течение часа равна 0,004. Какова вероятность того, что в течение часа из строя выйдут 2 автомата.
6. Всхожесть семян огурцов равна 0,7. Какова вероятность того, что из 5 посеянных семян взойдут три.
7. Стрелок стреляет в цель до первого промаха. Вероятность того, что при выстреле он попадет в цель равна 0,8. Какова вероятность того, что он выстрелит не более трех раз?
8. Найти M(X), D(X), σ(X) дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

| $x_i$ | -1 | 2 | 5 |
|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,25 | 0,4 | 0,35 |

9. Для определения средней урожайности поля площадью 1800 га взяли на выборку по 1 м$^2$ с каждого гектара. Известно, что по каждому гектару поля дисперсия не превышает 6. Оценить вероятность того, что отклонение средней выборочной урожайности отличается от средней урожайности по всему полю не более чем на 0,25 ц.
10. Измерение роста группы школьников дало следующие результаты (в см.) 141, 140, 143, 142, 140, 144, 142, 149, 143, 141. Построить статистическое распределение выборки. Определить средний рост данной группы школьников и выборочную дисперсию.
11. .В итоге 5 измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены результаты (в мм): 92, 94, 103, 105, 106. Найти а) выборочную среднюю длины стержня, б) выборочную дисперсию, в) исправленную дисперсию ошибок прибора.
12. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания с надежностью 0,95, если объем выборки n =16, среднее выборочное и исправленная дисперсия соответственно равны 20,2 и 0,8.
13. По выборке объема n = 25 найдено "исправленное" среднее квадратическое отклонение s = 0,8. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью 0,95.
14. Выборка из большой партии электроламп содержит 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампы выборки оказалось равной 1000ч. Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для средней продолжительности **а** горения лампы всей партии, если продолжительность горения лампы $\sigma$ =40ч.
15. В пяти независимых испытаниях событие А произошло 3 раза. Найти с надежностью 0,95 интервальную оценку для вероятности события А в единичном испытании.

Ключи
1 семестр

## *Вопросы для проверки уровня обученности «знать»*

1. Матрицей называется прямоугольная таблица, состоящая из m строк и n столбцов выражений, называемых элементами матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ . & . & \dots & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$A = (a_{ij}), где i = 1,2,3,\dots,m -$ *номерстроки,*
$j = 1,2,3,\dots,n -$ *номерстолбца*

2. Виды матриц

$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$- единичная матрица;

$0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ - нулевая матрица;

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$- квадратная матрица

$D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$- диагональная матрица

$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ - матрица-столбец;

$C = (1 \quad 5 \quad 6 \quad 7)$ - матрица-строка.

3. Суммой матриц A+B называют такую матрицу C, для которой $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ . Складывать можно матрицы одинаковой размерности.

4. Произведением матрицы A на действительное число $\alpha$называют такую матрицу $C = \alpha \cdot A$, для которой $c_{ij} = \alpha \cdot a_{ij}$.

5. Произведением матрицы $A = (a_{ij})_{m\times n}$ на матрицу $B = \left(b_{ij}\right)_{m\times k}$ называется матрица $C = \left(c_{ij}\right)_{m\times k}$ элементы которой $C_{ij} = \sum_{s=1}^{n} a_{is}b_{sj}$; $\left(i = \overline{1,m}; j = \overline{1,k}\right)$,

то есть элемент матрицы C, стоящий на пересечении i-ой строки и j-го столбца равен сумме произведений элементов i-ой строки матрицы A на соответствующие элементы j-го столбца матрицы B.

Необходимым условием существования произведения матриц является: количество столбцов матрицы A должно быть равно количеству строк матрицы B.

6. Минором $M_{ij}$ элемента $a_{ij}$ матрицы A называется определитель, соответствующий матрице, полученной после вычеркивания i-ой строки и j-го столбца в матрице A.

Например, $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$

$M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$; $M_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$.

7. Алгебраическим дополнением $A_{ij}$ элемента $a_{ij}$ , матрицы A называется минор этого элемента, вычисленный по формуле $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$

Например,

$A_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$; $A_{12} = -\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$.

8. Назовем определителем второго порядка некоторое число **Δ**, соответствующее квадратной матрицы второго порядка и вычисляемое по правилу:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{a_1} & \boldsymbol{b_1} \\ \boldsymbol{a_2} & \boldsymbol{b_2} \end{pmatrix}; \qquad \boldsymbol{\Delta} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{a_1} & \boldsymbol{b_1} \\ \boldsymbol{a_2} & \boldsymbol{b_2} \end{vmatrix} = \boldsymbol{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

Назовем определителем третьего порядка некоторое число **Δ**, соответствующее квадратной матрицы третьего порядка и вычисляемое по правилу:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Определитель произвольного порядка равен сумме произведений элементов любой его строки (или столбца) на их алгебраические дополнения.

9. Свойства определителей:

1. Определитель не изменится, если строки заменить столбцами, а столбцы строками.
2. Общий множитель элементов любой строки (столбца) можно вынести за знак определителя.
3. Если элементы одной строки (столбца) определителя соответственно равны элементам другой строки (столбца), то определитель равен нулю.
4. Если все элементы некоторой строки (столбца) равны нулю, то определитель равен нулю.
5. При перестановке двух строк (столбцов) определитель меняет знак на противоположный.
6. Определитель не изменится, если к элементам одной строки (столбца), прибавить соответственные элементы другой строки (столбца) умноженные на одно и то же число.
7. Алгебраическая сумма произведений элементов некоторой строки (столбца) на алгебраические дополнения элементов другой строки (столбца) равна нулю.

10. Скалярным произведением векторов называется число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.

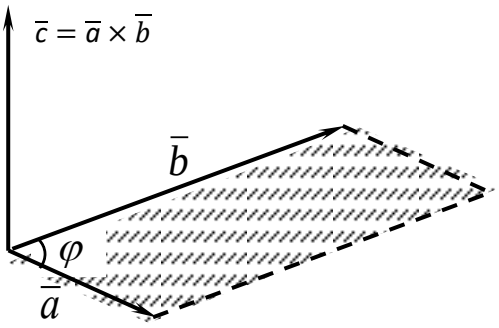
$$\overline{a} \cdot \overline{b} = |\overline{a}| \cdot |\overline{b}| \cdot cos\,\phi$$

$\overline{a} \cdot \overline{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$ - в координатной форме

11. Свойства скалярного произведения:

1) $\overline{a} \cdot \overline{a} = a^2$ ( $\overline{a}^2 = a^2$)
2) $\overline{a} \cdot \overline{b} = 0$ если $\overline{a} = 0$, $\overline{b} = 0$, $\overline{a} = \overline{b} = 0$ или $\overline{a} \perp \overline{b}$ ($\varphi = \pi / 2$)
3) $\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{b} \cdot \overline{a}$ (переместительный закон)
4) $\overline{a}(\overline{b} + \overline{c}) = \overline{a}\,\overline{b} + \overline{a}\,\overline{c}$ (распределительный закон)
5) $(\lambda\,\overline{a})\,\overline{b} = \overline{a}(\lambda\,\overline{b}) = \lambda(\overline{a}\,\overline{b})$ (сочетательный закон по отношению к скалярному множителю).

12. Векторным произведением вектора $\overline{\mathbf{a}}$ на вектор $\overline{\mathbf{b}}$ называется вектор $\overline{\mathbf{c}} = \overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}}$, определяемый следующим образом:




1) $|\,\overline{\mathbf{c}}\,| = \mathbf{c} = \mathbf{ab}\sin\boldsymbol{\varphi}$ (площади параллелограмма, построенного на $\overline{\mathbf{a}}$ и $\overline{\mathbf{b}}$; $\boldsymbol{\varphi}$ – угол между векторами)
2) $\overline{\mathbf{c}}$ перпендикулярен $\overline{\mathbf{a}}$ и $\overline{\mathbf{b}}$
3) векторы $\overline{\mathbf{a}}$, $\overline{\mathbf{b}}$, $\overline{\mathbf{c}}$ после приведения к общему началу образуют правую тройку векторов.

13. Свойства векторного произведения.

1) $\overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}} = -\,\overline{\mathbf{b}} \times \overline{\mathbf{a}}$ (векторное произведение не обладает переместительным свойством).
2) $\overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}} = \mathbf{0}$ если $\overline{\mathbf{a}} = \mathbf{0}$, $\overline{\mathbf{b}} = \mathbf{0}$ или $\overline{\mathbf{a}} \parallel \overline{\mathbf{b}}$ $(\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0})$
3) $(\mathbf{m}\,\overline{\mathbf{a}}) \times \overline{\mathbf{b}} = \overline{\mathbf{a}} \times (\mathbf{m}\,\overline{\mathbf{b}}) = \mathbf{m}\,\overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}}$ (сочетательное свойство по отношению к скалярному множителю)
4) $\overline{\mathbf{a}} \times (\,\overline{\mathbf{b}} + \overline{\mathbf{c}}\,) = \overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}} + \overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{c}}$ (распределительное свойство)

Векторное произведение векторов $\overline{\mathbf{a}}$ и $\overline{\mathbf{b}}$, заданных в разложении по декартову базису, удобнее всего вычислять по формуле

$$\bar{a} \times \bar{b} = \begin{vmatrix} \bar{\imath} & \bar{\jmath} & \bar{\kappa} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

14. Смешанным произведением векторов $\overline{\mathbf{a}}$, $\overline{\mathbf{b}}$, $\overline{\mathbf{c}}$ называют скалярное произведение вектора $\overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}}$ на вектор $\overline{\mathbf{c}}$, т.е. $\overline{\mathbf{a}}\,\overline{\mathbf{b}}\,\overline{\mathbf{c}} = (\,\overline{\mathbf{a}} \times \overline{\mathbf{b}})\,\overline{\mathbf{c}}$

15. Свойства смешанного произведения:

1) смешанное произведение равно нулю, если: хоть один из перемножаемых векторов равен нулю; два из перемножаемых векторов коллинеарны; перемножаемые векторы компланарны.

2) смешанное произведение не изменится, если знаки векторного и скалярного произведения поменять местами, т.е **( $\bar{a}$ × $\bar{b}$) $\bar{c}$ = $\bar{a}$ ( $\bar{b}$ × $\bar{c}$)**.
3) смешанное произведение не меняется, если перемножаемые векторы переставлять в круговом порядке: **$\bar{a}$ $\bar{b}$ $\bar{c}$ = $\bar{b}$ $\bar{c}$ $\bar{a}$ = $\bar{c}$ $\bar{a}$ $\bar{b}$**
4) при перестановке двух любых векторов смешанное произведение меняет знак: **$\bar{b}$ $\bar{a}$ $\bar{c}$ = – $\bar{a}$ $\bar{b}$ $\bar{c}$ ; $\bar{c}$ $\bar{b}$ $\bar{a}$ = – $\bar{a}$ $\bar{b}$ $\bar{c}$; $\bar{a}$ $\bar{c}$ $\bar{b}$ = – $\bar{a}$ $\bar{b}$ $\bar{c}$**

Если векторы заданы своими координатами, то: $\bar{a}\bar{b}\bar{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$

Условие компланарности векторов принимает вид: $\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = 0$

Объемы призмы **$V_1$** и пирамиды **$V_2$** построенных на **$\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$** определятся так: **$V_1$ = | $\bar{a}$ $\bar{b}$ $\bar{c}$ |** и **$V_2$ = 1 / 6 | $\bar{a}$ $\bar{b}$ $\bar{c}$ |**.

## *Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»*

1. Для совместности системы уравнений необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы системы был равен рангу ее расширенной матрицы. $r(A) = r(A_1) = r$

Если ранг совместной системы равен числу неизвестных (r = n) – система определенная. Если ранг совместной системы меньше числа неизвестных, то система – неопределенная (имеет бесконечное множество решений).

2. Рассмотрим систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Составим из коэффициентов при неизвестных и свободных членов три определителя

$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ $\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$ и $\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$

Правило Крамера решения системы линейных уравнений заключается в использовании соотношений $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$; $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$ Отметим, что использовать их можно при $\Delta \neq 0$. Это тот случай, когда система определена и совместна (т.е. имеет единственное решение). Если $\Delta = 0$, а хотя бы один из определителей $\Delta_x$, $\Delta_y$ отличен от нуля ($(\Delta x)2+(\Delta y)2 \neq 0$), то система несовместна (т.е. не имеет решений), а если $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0$, то система неопределена и имеет бесконечное множество решений.

Аналогично правило Крамера формулируется и для системы из трех (или n) линейных уравнений с тремя (или n) неизвестными.

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = d_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = d_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = d_3 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, z = \frac{\Delta_z}{\Delta} \qquad \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

3. Использование определителей при большом числе уравнений (неизвестных) приводит к большим по объему вычислениям. Существенные преимущества дает метод Гаусса, заключающийся в последовательном исключении неизвестных, позволяющем привести систему к так называемому ступенчатому виду.

Процесс нахождения коэффициентов ступенчатой (треугольной) системы называется обычно прямым ходом, а процесс нахождения значений неизвестных – обратным ходом.

Можно (и целесообразно) приводить к ступенчатому виду не саму систему уравнений, а расширенную матрицу системы с контрольным столбцом.

4. $$\begin{cases} \boldsymbol{a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1} \\ \boldsymbol{a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2} \\ \boldsymbol{a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3} \end{cases}$$

Систему уравнений можно представить в матричной форме **AX = B**, где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

Если **$\Delta A \neq 0$**, то решение системы запишется в виде **$X = A^{-1}B$** т.е. для нахождения матрицы – столбца неизвестных надо умножить обратную матрицу системы на матрицу-столбец свободных членов.

5. Всякое уравнение первой степени (линейное) относительно x и y вида $Ax + By + C = 0$,

(A, B, C – постоянные величины, причем $A^2 + B^2 \neq 0$) определяет на плоскости некоторую прямую и называется общим уравнением прямой.

Уравнение прямой, проходящей через точку **$M_0(x_0, y_0)$** под заданным углом **$\alpha$** к оси **Ox** (с заданным угловым коэффициентом **$к = tg\alpha$**) примет вид

$$y - y_0 = к\,(x - x_0),$$

а уравнение прямой, проходящей через заданные точки **$M_1(x_1, y_1)$** и **$M_2(x_2, y_2)$.**

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

6. Острый угол между прямыми $y = \kappa_1 x + b_1$, $y = \kappa_2 x + b_2$, определится по формуле: $tg\phi = \left|\frac{\kappa_1-\kappa_2}{1+\kappa_1\kappa_2}\right|$
7. Условие параллельности $\kappa_1 = \kappa_2$ и перпендикулярности $\kappa_2 = -1/\kappa_1$ прямых.
8. Если фокусы эллипса размещаются на оси **Ox** симметрично началу координат в точках $F_1(c, 0)$ и $F_2(-c, 0)$, то уравнение эллипса примет простейшую (каноническую) форму: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

где **a** и **b** – большая и малая полуоси эллипса, причем **a, b, c** связаны соотношением $a^2 = b^2 + c^2$.

Если фокусы гиперболы расположены на оси Ox симметрично началу координат в точках $F_1(c, 0)$ и $F_2(–c, 0)$, уравнение гиперболы примет каноническую форму

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ причем $b^2 = c^2 – a^2$.

a и b называют действительной и мнимой полуосями гиперболы.

9. Парабола. Параболой называется геометрическое место точек, равноудаленных от данной точки, называемой фокусом, и данной прямой, называемой директрисой.

Если фокус параболы в точке F(p/2, 0), а уравнение директрисы $x = –p / 2$, то уравнение параболы примет вид $y^2 = 2px$

10. Рассмотрим произвольную плоскость **P** и вектор нормали (перпендикулярный) к ней $\bar{n}$ **(A, B, C)**. Возьмем в этой плоскости произвольную фиксированную точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ и текущую точку **M(x, y, z)**. Очевидно, что $\overline{M_0M}\cdot\bar{n}=0$.

$A(x – x_0) + B(y – y_0) + C(z – z_0) = 0 \Rightarrow Ax + By + Cz + D = 0$.

($D = –Ax_0 – By_0 – Cz_0$; $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$).

В декартовых координатах каждая плоскость определяется уравнением первой степени и, обратно, каждое уравнение первой степени определяет плоскость.

11. Условие перпендикулярности $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

и параллельности $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$плоскостей и их нормалей.

12. Поставим задачу – провести через точку $M_0(x_0,y_0,z_0)$ прямую, параллельную вектору $\bar{S}$ **(*l*, m, n)** (его называют направляющим). Возьмем на искомой прямой произвольную точку **M(x,y,z)**. Векторы $\overline{M_0M}$и $\bar{S}$ должны быть коллинеарны, откуда получаем канонические уравнения прямой.

$$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$$

13. Уравнение прямой, проходящей через заданные точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$ будет иметь вид:

$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}$

14. Условие параллельности $\frac{l_1}{l_2}=\frac{m_1}{m_2}=\frac{n_1}{n_2}$, перпендикулярности $l_1l_2 + m_1m_2 + n_1n_2 = 0$ прямых.
15. Условие <u>параллельности</u> $Al + Bm + Cn = 0$ и <u>перпендикулярности</u> $\frac{A}{l}=\frac{B}{m}=\frac{C}{n}$прямой и плоскости.

## *Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»*

1. $AB=\begin{pmatrix}54 & 66\\ 22 & 37\\ 26 & 38\end{pmatrix}$
2. -36
3. 49
4. 4
5. 24,5
6. 20
7. Компланарны
8. $x-2y+3z+3=0$
9. $45^0$
10. $x+4y+2z-2=0$
11. 2x+y+21=0
12. 4x-2y+2z-10=0
13. $\alpha=arcsin(5/6)$
14. $\frac{x+2}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{1}$
15. $\alpha=arccos\frac{1}{\sqrt{77}}$

Ключи

2 семестр

## *Вопросы для проверки уровня обученности «знать»*

1. Если каждому значению переменной **x**, принадлежащему некоторой области, по определенному правилу ставится в соответствие значение другой переменной **y**, то говорят, что **y** есть <u>функция</u> от **x** (символическая запись: **y = f(x)** или **y = y(x)** и т.п.); **x** называют <u>независимой переменной (аргументом)</u>. Совокупность значений **x** называют <u>областью определения</u> (существования), а совокупность значений **y** – <u>областью изменения</u> функции.

2. Четность и нечетность. Функция y = f(x) называется четной, если для любых значений x из области определения f (- x) = f ( x ) и нечетной, если f (-x) = - f(x). В противном случае функция y = f(x) называется функцией общего вида.

Монотонность. Пусть функция y = f (x) определена на множестве D, если для любых значений аргумента $x_1$, $x_2 \in$ (a; b) таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство

f (x1) < f (x2) то функция называется возрастающей,

f (x1) ≤ f (x2), то функция называется неубывающей,

f (x1) > f (x2), то функция называется убывающей,

f (x1) ≥ f (x2), то функция называется невозрастающей.

Ограниченность. Функция называется ограниченной на промежутке X, если существует такое положительное число M > 0, что $|f(x)| < M$ любого $x \in X$.

Периодичность. Функция y = f(x) называется периодической, если существует положительное число T такое, что f(x + T) = f(x). Наименьшее число с таким свойством называется периодом функции.

3. Число a называют пределом переменной x, если для всякого сколь угодно малого положительного ε можно указать такое значение x, начиная с которого все последующие значения будут удовлетворять неравенству |x –a|<ε. В этом случае говорят, что x стремится к a (символически x → a или lim x = a).

4. Пусть функция y = f(x) определена в некоторой окрестности точки a. Число b называют пределом функции f(x) при x → a, если для любого сколь угодно малого ε > 0 найдется такое δ > 0, что |f(x) – b| < ε при |x – a| < δ, (т.е. если для y = f(x) при любом малом ε можно найти такое δ, что из неравенства a – δ < x < a + δ следует неравенство b – ε < y < b + ε. Символическая запись $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$.

5. Функция f(x) стремится к бесконечности при x → a, (является бесконечно большой при x → a) если для всякого M > 0, как бы велико оно ни было, можно найти такое δ > 0, что для всех x ≠ a и удовлетворяющих условию |x – a| < δ имеет место |f(x)| > M, т.е. $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$ (При этом возможно, как $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$, так и $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$).

6. Точка внутри или на границе области определения, в которой нарушается условие непрерывности, называется точкой разрыва. Если существуют конечные пределы $\lim\limits_{x \to a-0} f(x) = b_1$ и $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = b_2$, причем не все три числа $b_1$, $b_2$ и f(a) равны между собой, точка a называется точкой разрыва первого рода. Эти точки подразделяются на точки скачка, когда $b_1 \neq b_2$ (скачок равен $b_2 - b_1$) и точки устранимого разрыва, когда $b_1 = b_2$. Точки разрыва, не являющиеся точками разрыва первого рода, называются точками разрыва второго рода. В этих точках не существует хотя бы один из односторонних пределов (Пример – "бесконечный" разрыв: $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$).

7. Рассмотрим функцию y = f(x) определенную на некотором интервале. Дадим аргументу x приращение Δx. Новому значению аргумента x + Δx будет, в общем случае, соответствовать новое значение функции f (x + Δx), т.е. функция также получит некоторое приращение Δy = f (x + Δx) – f (x). Составим отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$. Если $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ существует, то его называют производной данной функции и обозначают y` (или f `(x) или dy/dx). Иногда используют обозначение $y`_x$ – индекс показывает, по какому аргументу берется производная.

$y` = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ или $y` = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

8. Если каждой паре значений независимых друг от друга переменных величин **x** и **y** из некоторой области **D** соответствует определенное значение величины **z**, говорят, что **z** есть функция независимых переменных **x** и **y**, определенная в области **D**. Символическая запись: **z = f(x, y), φ(x, y)** и т.д.

Областью определения **D** функции называют совокупность значений **x** и **y**, при которых функция **z = f(x, y)** существует**.** Геометрически это некая совокупность точек плоскости **xOy**, в простейшем случае часть ее, ограниченная замкнутой кривой (точки этой линии могут принадлежать (*замкнутая*), или не принадлежать (*открытая*) области определения). Геометрическое представление функции **z = f(x, y)** – поверхность в трехмерном пространстве.

9. *Частной производной* по **x** от функции **z = f(x, y)** называется предел отношения частного приращения $\Delta_x z$ к приращению **Δx** при **Δx → 0**, т.е. $z`_x = f`_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta_x z}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x, y)-f(x,y)}{\Delta x}$

Аналогично определяется частная производная по **y**:

$$z`_y = f`_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{\Delta_y z}{\Delta y} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$$

10. Функция F(x) называется первообразной функции f(x) на отрезке [a, b], если во всех точках этого отрезка выполняется равенство F`(x) = f(x).

11. Если функция **F(x)** – первообразная функции **f(x)**, то выражение **F(x) + C** называется *неопределенным интегралом* от функции **f(x)** и обозначается

**∫ f(x)dx = F(x) + C**

Где **f(x)** – подинтегральная функция, **f(x)dx** – подинтегральное выражение, ∫ – знак интеграла.

Неопределенный интеграл представляет собой *семейство функций*, геометрически – семейство кривых, каждая из которых получается сдвигом одной из кривых вдоль оси **Oy**.

*Если функция **f(x)** непрерывна на отрезке **[a, b]**, то для этой функции существует первообразная (и неопределенный интеграл).* (Теорема существования).

Нахождение первообразной функции **f(x)** называется *интегрированием* ее.

12. Производная от неопределенного интеграла равна подинтегральной функции, т.е. если F`(x) = f(x), то и (∫f(x)dx)` = f(x)

Дифференциал от неопределенного интеграла равен подинтегральному выражению, т.е. d(∫f(x)dx) = f(x)dx

Неопределенный интеграл от дифференциала некоторой функции равен этой функции плюс произвольная постоянная ∫F(x) dx = F(x) + C

Неопределенный интеграл от алгебраической суммы нескольких функций равен сумме интегралов от них: $\int[f_1(x) + f_2(x)]dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx$

Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла, т.е. если a = const, то $\int af(x)dx = a\int f(x)dx$

-Если $\int f(x)dx = F(x) + C$ и $u = \varphi(x)$, то $\int f(u)du = F(u) + C$

13. Пусть функция $f(x)$ определена на отрезке $[a,b]$ . Разобьем отрезок $[a,b]$ на части точками $a = x_0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_{n-1} < x_n = b$. Положим $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i, \Delta = max\, \Delta x_i$, $\varsigma_i$ — произвольно выбранные точки из $[x_i, x_{i+1}]$. Определенным интегралом (Римана) функции $f(x)$ на $[a,b]$ называется число $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\Delta\to 0} \sum_{i=0}^{n-1} f(\varsigma_i)\Delta x_i$. Функции $f(x)$, для которых предел в правой части равенства существует независимо от выбора точек $\varsigma_i$ и разбиения, называются интегрируемыми на $[a,b]$, а числа $a$ и $b$ называются соответственно верхним и нижним пределами интегрирования.

Определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$ для непрерывной функции $f(x) \geq 0$ геометрически представляет собой площадь криволинейной трапеции, ограниченной кривой $y = f(x)$, осью $OX$ и двумя линиями $x = a, x = b$ $(a < b)$.

14. Интегралы с бесконечными пределами. Пусть функция $f(x)$ определена и непрерывна при всех $x \in [a, +\infty)$ и, следовательно, интегрируема на каждом конечном отрезке $[a, b]$ . Тогда по определению полагают: $\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b\to+\infty} \int_a^b f(x)dx$. Говорят, что несобственный интеграл $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ существует или сходится, если существует конечный предел, указанный в определении. Если же $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ при $b \to +\infty$ не имеет конечного предела, то говорят, что несобственный интеграл не существует или расходится. Аналогично определяются несобственные:

$\int_{-\infty}^b f(x)dx = \lim_{a\to-\infty} \int_a^b f(x)dx$, $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^c f(x) + \int_c^{+\infty} f(x)dx$.

15. Обозначим интервал интегрирования [a,b], оба этих числа ниже полагаются конечными. Если имеется всего 1 разрыв, он может находиться или в точке a, или в точке b, или внутри интервала (a, b). Рассмотрим сначала случай, когда разрыв второго рода имеется в точке a, а в остальных точках подинтегральная функция непрерывна. Итак, мы обсуждаем интеграл

$$I = \int_a^b f(x)dx = \int_{a+\varepsilon}^b f(x)dx$$

Причем f(x)→∞, когда x→a+0. Как и ранее, прежде всего следует придать смысл этому выражению.

Определение. Пусть существует конечный предел

$\lim_{\varepsilon\to+0} \int_{a+\varepsilon}^b f(x)dx,$

Тогда говорят, что несобственный интеграл второго рода сходится, саму функцию f(x) называют интегрируемой на интервале [a,b].

Аналогично определяется интеграл, когда b является точкой разрыва второго рода:

$$I = \int_a^b f(x)dx = \int_a^{b-\varepsilon} f(x)dx = \lim_{\varepsilon\to+0} \int_a^{b-\varepsilon} f(x)dx$$

## *Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»*

1. Если x < a и x → a, то пишут x → a – 0; если x > a и x → a – пишут x → a + 0. Числа $b_1 = \lim_{x\to a-0} f(x)$ и $b_2 = \lim_{x\to a+0} f(x)$ называют левым и правым пределом функции f(x) в точке a.

2. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$- первый замечательный предел

$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x = e$ - второй замечательный предел

3. Функцию **y = f(x)** называют непрерывной в точке **a** если:

1.Эта функция определена в некоторой окрестности точки **a** и в самой точке;

2.Существует предел функции $\lim_{x\to a} f(x)$ и он равен значению функции в этой точке, т.е. $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$. Можно предложить и иное определение. Пусть аргумент $x_0$ получит приращение $\Delta x$ и примет значение $x = x_0 + \Delta x$. В общем случае функция также получит некоторое приращение $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

Функцию **f(x)** называют непрерывной в точке $x_0$, если она определена в этой точке и некоторой окрестности ее и если бесконечно малому приращению аргумента соответствует бесконечно малое приращение функции, т.е.

$\lim_{\Delta x\to 0} \Delta y = 0$ или $\lim_{\Delta x\to 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] = 0$

4. Если функция y = f(x) дифференцируема на некотором отрезке, то производная $y` = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f`(x)$ принимает определенные значения. Отношение Δy/Δx при $\Delta x \to 0$ можно представить в виде $\frac{\Delta y}{\Delta x} = f`(x) + \alpha$, где $\alpha \to 0$ при $\Delta x \to 0$. Умножая равенство на Δx получим Δy = f `(x) Δx + αΔx. В общем случае f `(x) ≠ 0 и произведение f `(x) Δx есть величина бесконечно малая одного порядка с Δx, а αΔx – бесконечно малая высшего порядка. Первое из двух слагаемых (f`(x) Δx) называют главной частью приращения функции, линейной относительно Δx, или *дифференциалом функции* и обозначают dy = f `(x) Δx.

5. Если при переходе (слева направо) через критическую точку $x_0$ производная $f'(x)$ меняет знак с плюса на минус, то в точке $x_0$ функция f(x) имеет максимум; если с минуса на плюс, то минимум; если знака не меняет, то экстремума нет.

6. Пусть $f'(x_0) = 0$ и в окрестности точки $x_0$ существует конечная первая производная, а в самой точке $x_0$ – вторая производная $f''(x_0) \neq 0$, тогда: если $f''(x_0) > 0$, то в точке $x_0$ имеется минимум; если $f''(x_0) < 0$, то имеем максимум.

7. Градиентом функции u = f(x, y, z) в точке M(x, y, z) называется вектор, проекции которого на оси координат являются значениями частных производных функции в этой точке: $grad \quad u = \frac{\partial u}{\partial x}\bar{\imath} + \frac{\partial u}{\partial y}\bar{\jmath} + \frac{\partial u}{\partial z}\bar{k}$

8. Производную от функции y = f(x) (ее называют первой), обозначаемую y`=f `(x)= dy/dx можно рассматривать как новую (по отношению к f(x)) функцию той же переменной. Эта функция, в свою очередь, может быть продифференцирована, т.е. найдена первая производная от первой производной исходной функции f(x); (y`)`=(f`(x))`. Она называется второй производной, обозначается y``= f ``(x) = $d^2y / dx^2$ и является производной высшего (второго) порядка. Очевидно, что таким же образом может быть определена производная n–го порядка (n ∈ Z), обозначаемая $y^{(n)} = f^{(n)}(x)$ (n – берется в скобках, чтобы не путать с показателем степени). Иногда порядок производной обозначают римскими цифрами.

Дифференциал от дифференциала называют дифференциалом второго порядка (вторым дифференциалом) и обозначают $d(dy) = dy^2$. По определению дифференциала $d^2y = [f `(x)\, dx]`dx = f ``(x)(dx)^2$, так как dx от x не зависит. Очевидно, таким же образом определяется дифференциал любого порядка $d^ny = f^{(n)}(x)(dx)^n$; принято записывая порядок дифференциала опускать скобки, т.е окончательно общее выражение примет вид

$$d^ny = f^{(n)}(x)dx^n$$

9. Если функция **F(x)** – первообразная функции **f(x)**, то выражение **F(x) + C** называется *неопределенным интегралом* от функции **f(x)** и обозначается

**$\int$ f(x)dx = F(x) + C**

где **f(x)** – подинтегральная функция, **f(x)dx** – подинтегральное выражение, $\int$ – знак интеграла.

Неопределенный интеграл представляет собой *семейство функций*, геометрически – семейство кривых, каждая из которых получается сдвигом одной из кривых вдоль оси **Oy**.

10. Вычисляются определенные интегралы с помощью неопределенных: если $f(x)$ имеет первообразную $F(x)$ на $[a, b]$ то справедлива формула Ньютона-Лейбница: $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

11. Замена переменной в определенном интеграле, выполняется по формуле:

$\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\phi(t))\phi'(t)dt$ при условиях: 1) $f(x)$ непрерывна на $[a, b]$; 2) $\phi(t)$ непрерывна вместе со своей производной $\phi'(t)$ на $[\alpha, \beta]$, где $a = \phi(\alpha),\ b = \phi(\beta)$; 3) сложная функция $f(\phi(t))$ определена и непрерывна на $[\alpha, \beta]$.

12. Используется также формула интегрирования по частям в определенном интеграле: $\int_a^b u(x)v'(x)dx = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int_a^b v(x)u'(x)dx$, где $u(x), v(x)$ — непрерывно дифференцируемые функции на отрезке $[a, b]$.

13. Пусть задана криволинейная трапеция $a \le x \le b,\ 0 \le y \le y(x)$, где $y(x)$ — непрерывная однозначная функция. Пространственная фигура, полученная вращением вокруг оси $OX$ этой трапеции, называется телом вращения, и ее объем равен $V_x = \pi \int_a^b y^2(x)dx$. Если криволинейную трапецию вращать вокруг оси $OY$, то объем вычисляется по формуле $V_y = 2\pi \int_a^b xy(x)dx$.

В более общем случае объем тела, образованного вращением вокруг оси $OX$ фигуры $a \le x \le b$, $y_1(x) \le y \le y_2(x)$, где $y_1(x)$ и $y_2(x)$ — непрерывные неотрицательные функции, равен $V_x = \pi \int_a^b [y_2^2(x) - y_1^2(x)]\ dx$. Аналогично при вращении вокруг оси $OY$ объем равен $V_y = 2\pi \int_a^b x[y_2(x) - y_1(x)]\ dx$.

14. Теорема 1. Несобственный интеграл 1го рода от неотрицательной функции сходится тогда и только тогда, когда функция $\Phi(A)$ остается ограниченной при увеличении $A$.

Эта теорема – следствие общих свойств монотонных функций. Практического смысла теорема почти не имеет, но позволяет получить т.н. признаки сходимости.

Теорема 2 (1-й признак сравнения). Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на $[a, +\infty)$ и удовлетворяют неравенству $0 \le f(x) \le g(x)$. Тогда:

1) если интеграл $\int_a^{+\infty} g(x)\,dx$ сходится, то и $\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$ сходится;

2) если интеграл $\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$ расходится, то и $\int_a^{+\infty} g(x)\,dx$ расходится.

Теорема 3 (2-й признак сравнения). Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны и неотрицательны на $[a,+\infty)$. Тогда, если $f(x) \sim g(x)$ при $x \to +\infty$, то несобственные интегралы $\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$ и $\int_a^{+\infty} g(x)\,dx$ сходятся или расходятся одновременно.

15. Признак сравнения: пусть две неотрицательные функции $f(x), g(x)$ непрерывны на полуинтервале $[a; b)$ и для всех $x$ этого промежутка выполнено неравенство $0 \le f(x) \le g(x)$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если интеграл $\int_a^b g(x)dx$ сходится, то сходиться будет и интеграл $\int_a^b f(x)dx$;

2) если интеграл $\int_a^b f(x)dx$ расходится, то расходится и интеграл $\int_a^b g(x)dx$.

### *Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»*

1. -3
2. 1
3. 1,6
4. $y' = \frac{1-x}{e^x}$
5. $y' = \frac{-1}{5-x}$
6. $y' = 3(arctgx + 7)^2 \frac{1}{1-x^2}$
7. $Y_{max}$ =3, $y_{min}$ =-1
8. (-1;0), (1;0)
9. $2\sqrt{x} + C$
10. $\frac{1}{4}Sin4x + C$
11. $\frac{x^2}{2}lnx - \frac{x^2}{4} + C$
12. 0,75
13. 14/3
14. 1/3
15. 1/3

Ключи

3 семестр

### *Вопросы для проверки уровня обученности «знать»*

*1.* Дифференциальные уравнения первого порядка, в общем случае имеют вид: F(x, y, y`) = 0. Если это уравнение разрешимо относительно y`, то его можно записать в виде: y` = f(x, y).

2. Общим решением дифференциального уравнения первого порядка называется функция y = φ(x, C) такая, что: 1. удовлетворяет дифференциальному уравнению при любом значении произвольной постоянной C; 2. для любого начального условия $y(x_0) = y_0$ существует единственное значение $C = C_0$, при котором решение $y = \varphi(x, C_0)$ удовлетворяет заданному начальному условию.

Частным решением $y = \varphi(x, C_0)$ называют всякое решение, получаемое из общего решения y = φ(x, C) при конкретном значении $C = C_0$. (Функцию $F(x, y, C_0) = 0$ называют частным интегралом уравнения).

3. Функцию f(x, y) называют однородной m – го измерения, если при любом λ справедливо равенство $f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^m f(x, y)$.

Уравнение вида y` = f(x, y) (или приводимое к нему) называют однородным, если f(x, y) – однородная функция нулевого измерения, т.е.

$$f(\lambda x, \lambda y)=f(x, y).$$

4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка – это уравнения вида y` + P(x)y = Q(x) (y и y` входят в первых степенях не перемножаясь между собой).

5. Дифференциальным уравнением в полных дифференциалах называется уравнение вида

$$P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0,$$

где левая часть является полным дифференциалом какой-либо функции двух переменных.

6. Дифференциальное уравнение n порядка можно записать в виде $F(x, y, y`, \ldots, y^{(n)}) = 0$, или, если оно разрешимо относительно высшей производной, $y^{(n)} = f(x, y, y`, \ldots, y^{(n-1)})$.

7. Общим решением дифференциального уравнения n порядка называется функция $y = \varphi(x, C_1, C_2, \ldots, C_n)$ зависящая от n произвольных постоянных $C_1, C_2, \ldots, C_n$ и такая, что:

1) удовлетворяет уравнению при любых значениях произвольных постоянных; 2) при заданных начальных условиях постоянные $C_1, C_2, \ldots, C_n$ можно подобрать так, что функция $y = \varphi(x, C_1, C_2, \ldots, C_n)$ будет удовлетворять этим условиям (предполагается, что начальные значения $x_0, y_0, y_0`, \ldots, y^{(n-1)}$ принадлежат области, для которой справедлива приведенная выше теорема).

Соотношение вида $\varphi(x, y, C_1, C_2, \dots, C_n) = 0$, неявно определяющее общее решение, называется *общим интегралом* дифференциального уравнения.

*Задача Коши* для этого уравнения состоит в том, чтобы найти такое решение уравнения, которое удовлетворяет *начальным условиям.* Всякое решение, получаемое из общего решения при конкретных значениях произвольных постоянных (в частности, всякое решение задачи Коши), называется *частным решением* этого уравнения.

8. Линейным однородным дифференциальным уравнением **n** порядка называется уравнение вида $\mathbf{y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(x)y` + a_n(x)y = 0}$ где функции $\mathbf{a_1(x), a_2(x), \dots}$ и $\mathbf{f(x)}$ заданы и непрерывны в некотором интервале **(a, b)**.

$\mathbf{y`` + a_1(x)y` + a_2(x)y = 0}$ **–** линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка.

9. Линейным дифференциальным уравнением **n** порядка называется уравнение вида $\mathbf{y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(x)y` + a_n(x)y = f(x)}$ где функции $\mathbf{a_1(x), a_2(x), \dots}$ и $\mathbf{f(x)}$ заданы и непрерывны в некотором интервале **(a, b)**.

Уравнение называется *линейным неоднородным* при $\mathbf{f(x) \neq 0}$ и *линейным однородным* при $\mathbf{f(x) = 0}$. Однородное уравнение с той же левой частью, что и данное неоднородное, называется *соответствующим* ему.

$\mathbf{y`` + a_1(x)y` + a_2(x)y = f(x)}$ **–** линейное неоднородное дифференциальное уравнение 2-го порядка.

10. Пусть $\mathbf{u_1, u_2, \dots, u_n, \dots}$ – бесконечная числовая последовательность, заданная формулой общего члена $\mathbf{u_n = f(x)}$, где **n** – номер члена. Выражение $\mathbf{u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots}$ называется *числовым рядом,* а числа $\mathbf{u_1, u_2, \dots, u_n, \dots}$ – членами ряда. Ряд удобно записывать в виде $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, где **Σ** – символ суммирования, сверху и снизу – пределы суммирования (номера первого и последнего членов), **n** – текущий индекс (номер члена).

11. Ряд вида $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n = -u_1 + u_2 - u_3 + \cdots$, где $u_n > 0$ называется знакочередующимся рядом.

Знакочередующийся ряд – это частный случай *знакопеременного* ряда (с произвольным чередованием знаков членов).

12. Ряд $\mathbf{u_1(x) + u_2(x) + \dots + u_n(x) + \dots} = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$, члены которого – функции от **x**, называется *функциональным*.

13. Степенным называют функциональный ряд вида

$$\mathbf{a_0 + a_1(x - a) + a_2(x - a)^2 + \dots + a_n(x - a)^n + \dots} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n,$$

где **a** и $\mathbf{a_n}$ действительные числа. Числа $\mathbf{a_n}$ называют *коэффициентами ряда.*

14. Функциональный ряд вида $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n x + b_n \sin n x)$

называется *тригонометрическим рядом.* Постоянные $\mathbf{a_0, a_n, b_n}$ называются *коэффициентами тригонометрического ряда*. Если ряд сходится, то его сумма $\boldsymbol{\varphi(x)}$ – периодическая функция с периодом $\mathbf{2\pi}$, т.е. $\boldsymbol{\varphi(x) = \varphi(x + 2\pi)}$.

$$\boldsymbol{a_o = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx,}\ a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos n x dx,\ b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin n x dx$$

15. Пусть дана функция $\mathbf{f(x)}$ с периодом $\mathbf{2}\boldsymbol{l}$. Введя новую переменную $\mathbf{x = }\boldsymbol{l}\mathbf{t/\pi}$ получим функцию $\mathbf{f((}\boldsymbol{l}\mathbf{/\pi)t)}$ - периодическую функцию от **t** с периодом $\mathbf{2\pi}$, которая легко разлагается в ряд Фурье на отрезке $\mathbf{[-\pi; \pi]}$.

$$f(\frac{l}{\pi}t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nt + b_n \sin nt), \text{ где } a_o = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\frac{l}{\pi}t)dt;\ a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\frac{l}{\pi}t)\cos ntdt;$$

$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\frac{l}{\pi}t)\sin ntdt$. Возвращаясь к исходной переменной $(x = \frac{l}{\pi}t; t = \frac{\pi}{l}x; dt = \frac{\pi}{l}dx)$, получим:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos\frac{\pi n}{l}x + b_n \sin\frac{\pi n}{l}x), \text{ где } a_o = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)dx;\ a_n = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)\cos\frac{\pi n x}{l}dx$$

$$b_n = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)\sin\frac{\pi n x}{l}dx.$$

## *Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»*

1. Уравнения с разделяющимися переменными – это уравнения вида $f_1(x)\varphi_1(y)dx + f_2(x)\varphi_2(y)dy = 0$.

Если ни одна из функций $f_1(x)$, $\varphi_1(y)$, $f_2(x)$, $\varphi_2(y)$ не равна тождественно нулю, то в результате деления исходного уравнения на $f_2(x)\varphi_1(y)$ оно приводится к виду: $\frac{\varphi_2(y)}{\varphi_1(y)}dy = -\frac{f_1(x)}{f_2(x)}dx$ *уравнения с разделенными переменными*.

2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка – это уравнения вида $y` + P(x)y = Q(x)$.

3. Уравнение Бернулли является одним из наиболее известных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка. Оно записывается в виде

$y' + a(x)y = b(x)y^m$, где a(x) и b(x) − непрерывные функции.

Метод Бернулли.

Рассматриваемое уравнение можно решить методом Бернулли. Для этого ищем решение исходного уравнения в виде произведения двух функций: $y = u \cdot v$ где *u, v* - функции от *x*. Дифференцируем: $y' = u' \cdot v + u \cdot v'$

Методом Лагранжа (методом вариации произвольной постоянной) – исходя из решения соответствующего однородного уравнения и варьируя произвольную постоянную, т.е полагая $y = C(x)e^{-\int P(x)dx}$, где **C(x)** подлежащая определению дифференцируемая функция от **x**.

4. Дифференциальное уравнение первого порядка вида $M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$ называется **уравнением в полных дифференциалах**, если его левая часть представляет полный дифференциал некоторой функции $u(x,y)$.

**Теорема.** Для того, чтобы уравнение являлось уравнением в полных дифференциалах, необходимо и достаточно, чтобы в некоторой односвязной области $D$ изменения переменных $x$ и $y$ выполнялось условие

$$\frac{\partial M}{\partial y} \equiv \frac{\partial N}{\partial x}.$$

5. Для уравнения вида **y`` + a₁(x)y` + a₂(x)y = 0** характеристическим будет уравнением **$k^2 + a_1k + a_2 = 0$**.

6. Корни действительны и различны **($k_1 \neq k_2$)**, частные решения $y_1 = e^{k_1x}$ и $y_2 = e^{k_2x}$ линейно независимы $(\frac{y_1}{y_2} = e^{(k_1-k_2)x} \neq 0)$ и общее решение принимает вид $y = C_1e^{k_1x} + C_2e^{k_2x}$.

7. Корни характеристического уравнения равны, **$k_1 = k_2 = k$**. В этом случае частные решения **$y_1$** и **$y_2$** целесообразно искать в виде $y_1 = e^{kx}$ и $y_2 = xe^{kx}$; они линейно независимы: ( $\frac{y_1}{y_2} = x \neq 0$ ) и общее решение примет вид $y = C_1e^{kx} + C_2xe^{kx}$.

8. Корни характеристического уравнения *комплексные*. Известно, что, в общем случае, дискриминант квадратного уравнения может быть отрицательным и тогда уравнение не имеет действительных корней. Если дискриминант квадратного уравнения отрицателен, оно имеет два комплексно сопряженных корня **$\alpha + i\beta$** и **$\alpha - i\beta$**. Общее решение примет вид **$y = e^{\alpha x}(C_1\cos\beta x + C_2\sin\beta x)$.**

9. Если ряд **$u_1 + u_2 + \ldots$** сходится, то $\lim\limits_{n\to 0} u_n = 0$, т.е. при **$n \to \infty$** предел общего члена сходящегося ряда равен нулю.

10. Признак Даламбера. Если для ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ существует $\lim\limits_{n\to 0} \frac{u_{n+1}}{u_n} = C$, то этот ряд сходится при **$C < 1$** и расходится при **$C > 1$**. При **$C = 1$** вопрос о сходимости остается открытым (необходимо применить другой признак).

11. Признак Коши (радикальный). Если для ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ существует $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n} = D$, то этот ряд сходится при **$D < 1$** и расходится при **$D > 1$**. Случай **$D = 1$** требует дополнительного исследования.

12. Интегральный признак. Если **f(x)** при **$x \geq 1$** – непрерывная положительная и монотонно убывающая функция, то ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$, где **$u_n = f(n)$,** сходится или расходится в зависимости от того, сходится или расходится интеграл $\int\limits_1^{\infty} f(x)dx$.

13. Первый признак сравнения. Пусть даны два ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ (1) и $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ (2),

причем каждый член ряда (1) не превосходит соответствующего члена ряда (2), т.е. **$u_n \leq v_n$ (n= 1, 2, 3, ..)**. Тогда, если сходится ряд (2), то сходится и ряд (1); если расходится ряд (1), то расходится и ряд (2). Отметим, что в соответствии со свойством (2) рядов, этот признак остается в силе, если неравенства **$u_n \leq v_n$** выполняются не при всех **n**, а лишь начиная с некоторого номера **n = N**.

Второй (предельный) признак сравнения. Если существует конечный и отличный от нуля предел $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{u_n}{v_n} = K$ то оба ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ и $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ одновременно сходятся или одновременно расходятся.

14. Признак Лейбница: знакочередующийся ряд сходится, если абсолютные величины его членов убывают, а общий член стремится к нулю, т.е. если выполняются следующие два условия:

1. **$u_1 > u_2 > u_3 > \ldots$** и 2. $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$.

15. Знакопеременный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ называется абсолютно сходящимся, если сходится ряд, составленный из абсолютных величин его членов. Если знакопеременный ряд сходится, а ряд, составленный из абсолютных величин его членов, расходится, то исходный ряд называется условно сходящимся рядом.

### *Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»*

1. $y = \frac{1}{x^2} + C$
2. $y = -\frac{1}{2}ln|2x+1| + \frac{1}{2}ln3 + 1$

3. $y = \left(C - \frac{1}{x}\right)x^3$
4. $y = C_1e^{-x} + C_2e^{5x}$
5. $y = C_1e^{2x} + C_2xe^{2x} - \frac{65}{183}Sin3x - \frac{60}{183}Cos3x$
6. $y = C_1Cos2x + C_2Sin2x + \frac{7}{20}e^{-4x}$
7. Сходится
8. Расходится
9. Абсолютно сходится
10. [-1;1)
11. Сходится
12. 0,245
13. 0,841(6)
14. $e^{2x} = 1 + \frac{2}{1!}x + \frac{2^2}{2!}x^2 + \ldots + \frac{2^n}{n!}x + \ldots$
15. $x \in \left(-\frac{5}{6}; \frac{5}{6}\right)$

Ключи

4 семестр

## *Вопросы для проверки уровня обученности «знать»*

1. Случайным событием (или просто: событием) называется любой исход опыта, который может произойти или не произойти.

Событие называется *достоверным* если оно обязательно наступит в результате данного опыта.

Событие называется *невозможным* если оно заведомо не произойдет в результате проведения опыта.

2. Два события называются *несовместными* если появление одного из них исключает появление другого события в одном и том же опыте, т. е. не смогут произойти вместе в одном опыте. В противном случае события называются *совместными.*

События $A_1, A_2, \ldots, A_n$ называются *попарно несовместными,* если любые два из них несовместны.

Несколько событий в данном опыте называются *равновозможными,* если ни одно из них не является объективно более возможным, чем другие, т. е. все события имеют равные «шансы».

3. *Комбинаторика* - раздел математики, в котором изучаются задачи выбора элементов из заданного множества и расположения их в группы по заданным правилам, в частности задачи о подсчете числа комбинаций (выборок), получаемых из элементов заданного конечного множества.

*Размещением* из *n* элементов по m элементов (o < m $\leq n$) называется любое упорядоченное подмножество данного множества, содержащее m элементов.

Из определения вытекает, что размещения - это выборки (комбинации), состоящие из m элементов, которые отличаются друг от друга либо составом элементов, либо порядком их расположения. I

Число, размещений из *n* элементов по m элементов обозначается символом $A_n^m$ вычисляется по формуле $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$,

где *n!* = 1 . 2 . 3 . . . . . *n,* 1! = 1, o! = 1.

*Перестановкой* из n элементов называется размещение из n элементов по n элементов.

Из определения вытекает, что перестановки - это выборки (комбинации), состоящие из n элементов и отличающиеся друг от друга только порядком следования элементов. Число перестановок из n элементов обозначается символом $P_n$ и вычисляется по формуле

$P_n$ =n!

*Сочетанием* из n элементов по m элементов называется любое подмножество, которое содержит m элементов данного множества.

Из определения вытекает, что сочетания - это выборки (комбинации), каждая из которых состоит из m элементов, взятых из данных n элементов, и которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом, т. е. отличаются только составом элементов.

Число сочетаний из n элементов по m элементов обозначается символом $C_n^m$ и вычисляется по формуле $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

4. **Случайной** называют величину, которая в результате испытания примет одно возможное значение, наперёд неизвестное и зависящее от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены.

Выпадение некоторого значения случайной величины X это случайное событие: X = xi. Среди случайных величин выделяют дискретные и непрерывные случайные величины.

**Дискретной случайной величиной** называется случайная величина, которая в результате испытания принимает отдельные значения с определёнными вероятностями. Число возможных значений дискретной случайной величины может быть конечным и бесконечным

**Непрерывной случайной величиной** называют случайную величину, которая в результате испытания принимает все значения из некоторого числового промежутка. Число возможных значений непрерывной случайной величины бесконечно.

5. Функцией распределения случайной величины **X** называется функция **F(x),** равная вероятности того, что **X** примет значение меньше, чем число x, то есть **F(x)=F(X<x)**.

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

6. Если функцию распределения **F(x)** непрерывной случайной величины можно представить в виде то функция f(x) называется плотностью распределения вероятности.

7. Генеральной совокупностью называют совокупность всех мысленно возможных объектов данного вида, над которыми проводятся наблюдения с целью получения конкретных значений случайной величины, или совокупность результатов всех мыслимых наблюдений, проводимых в неизменных условиях над одной из случайных величин, связанных с данным видом объектов.

Выборочной совокупностью называют часть отобранных объектов из генеральной совокупности.

8. Выборочной средней называют среднее арифметическое значение признака выборочной совокупности.

Если все значения признака выборки различны, то

$$\overline{x_в} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n};$$

если же все значения имеют частоты $n_1, n_2, \ldots, n_k$, то

$$\overline{x_в} = \frac{x_1 n_1 + \ldots + x_k n_k}{n}.$$

Выборочной дисперсией называют среднее арифметическое квадратов отклонения наблюдаемых значений признака от их среднего значения.

Если все значения признака выборки различны, то

$$\hat{D}_B = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x}_B)^2}{n};$$

если же все значения имеют частоты $n_1, n_2, \ldots, n_k$, то

$$\hat{D}_B = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \overline{x}_B)^2}{n}.$$

Для характеристики рассеивания значений признака выборки вокруг своего среднего значения пользуются сводной характеристикой - средним квадратическим отклонением.

Выборочным средним квадратическим отклоненим называют квадратный корень из выборочной дисперсии:

$$\hat{\sigma}_B = \sqrt{\hat{D}_B}.$$

9. Точечной называют статистическую оценку, которая определяется одним числом.

Точечная оценка характеризуется свойствами: несмещенность, состоятельность и эффективность.

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Точечная оценка называется *состоятельной*, если при неограниченном увеличении объема выборки она сходится по вероятности к истинному значению параметра, то есть стремится к истинному значению оцениваемого параметра генеральной совокупности.

Эффективной называют точечную оценку, которая (при заданном объеме выборки *n*) имеет наименьшую возможную дисперсию, те есть гарантирует наименьшее отклонение выборочной оценки от такой же оценки генеральной совокупности.

10. *Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами—концами интервала. Интервальные оценки позволяют установить точность и надежность оценок.*

Пусть найденная по данным выборки статистическая характеристика Q* служит оценкой неизвестного параметра Q. Будем считать Q постоянным числом (Q может быть и случайной величиной). Ясно, что Q* тем точнее определяет параметр Q, чем меньше абсолютная величина разности |Q- Q*|. Другими словами, если γ>0 и |Q- Q*| <γ, то чем меньше γ , тем оценка точнее.

Однако статистические методы не позволяют категорически утверждать, что оценка Q* удовлетворяет неравенству |Q- Q*| <γ; можно лишь говорить о вероятности □, с которой это неравенство осуществляется.

*Надежностью (доверительной вероятностью) оценки называют вероятность γ, с которой осуществляется неравенство* $|Q—Q^*| <\gamma$.

Обычно надежность оценки задается наперед, причем в качестве g берут число, близкое к единице. Наиболее часто задают надежность, равную 0,95; 0,99 и 0,999.

Пусть вероятность того, что, |Q- Q*| <d равна g: P(|Q- Q*| <d)= g. Заменив неравенство равносильным ему двойным неравенством получим: $P\,[Q^* — d < Q < Q^* + d] = \gamma$. Это соотношение следует понимать так: вероятность того, что интервал Q* - d< Q < Q* +d заключает в себе (покрывает) неизвестный параметр Q, равна γ.

*Интервал (Q* - d, Q* + d) называется доверительным интервалом, который покрывает неизвестный параметр с надежностью* γ.

11. *Статистическая гипотеза* представляет собой некоторое предположение о законе распределения случайной величины или о параметрах этого закона, формулируемое на основе выборки. Примерами статистических гипотез являются предположения: генеральная совокупность распределена по экспоненциальному закону; математические ожидания двух экспоненциально распределенных выборок равны друг другу. В первой из них высказано предположение о виде закона распределения, а во второй – о параметрах двух распределений. Гипотезы, в основе которых нет никаких допущений о конкретном виде закона распределения, называют *непараметрическими*, в противном случае – *параметрическими*.

Гипотезу, утверждающую, что различие между сравниваемыми характеристиками отсутствует, а наблюдаемые отклонения объясняются лишь случайными колебаниями в выборках, на основании которых производится сравнение, называют *нулевой* (основной) гипотезой и обозначают $H_0$. Наряду с основной гипотезой рассматривают и *альтернативную* (конкурирующую, противоречащую) ей гипотезу $H_1$. И если нулевая гипотеза будет отвергнута, то будет иметь место альтернативная гипотеза.

12. Проверка гипотезы основывается на вычислении некоторой случайной величины – критерия, точное или приближенное распределение которого известно. Обозначим эту величину через *z*, ее значение является функцией от элементов выборки *z*=*z*(*x*1, *x*2, *..., xn*). Процедура проверки гипотезы предписывает каждому значению критерия одно из двух решений – принять или отвергнуть гипотезу. Тем самым все выборочное пространство и соответственно множество значений критерия делятся на два непересекающихся подмножества *S*0 и *S*1. Если значение критерия *z* попадает в область *S*0, то гипотеза принимается, а если в область *S*1, то гипотеза отклоняется. Множество *S*0 называется *областью принятия гипотезы или областью допустимых значений*, а множество *S*1 – *областью отклонения гипотезы или критической областью*. Выбор одной области однозначно определяет и другую область.

Принятие или отклонение гипотезы $H_0$ по случайной выборке соответствует истине с некоторой вероятностью и, соответственно, возможны два рода ошибок. Ошибка первого рода возникает с вероятностью a тогда, когда отвергается верная гипотеза $H_0$ и принимается конкурирующая гипотеза $H_1$. Ошибка второго рода возникает с вероятностью b в том случае, когда принимается неверная гипотеза $H_0$, в то время как справедлива конкурирующая гипотеза $H_1$. *Доверительная вероятность* – это вероятность не совершить ошибку первого рода и принять верную гипотезу $H_0$.

13. Эмпирической (опытной) функцией распределения или функцией распределения выборки называют такую функцию, которая определяет для каждого значения x частоту событий X<x и предназначена для оценке теоретической функции распределения генеральной совокупности в математической статистике.

Эмпирическая функция распределения находится по формуле:

$$F_n(x) = \frac{n_x}{n}$$

N — объем выборки;

$n_x$ — количество наблюдений (вариантов) меньше x.

14. *Полигоном* частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки $(x_1, n_1)$, $(x_2, n_2)$, …, $(x_k, n_k)$.

Для построения полигона частот на оси абсцисс откладывают варианты $x_i$, а на оси ординат – соответствующие им частоты $n_i$. Точки $(x_i, n_i)$ соединяют отрезками прямых и получают полигон частот.

*Полигоном относительных частот* называют ломаную, отрезки которой соединяют точки $(x_1, w_1)$, $(x_2, w_2)$, …, $(x_k, w_k)$.

Для построения полигона частот на оси абсцисс откладывают варианты $x_i$, а на оси ординат $w_i$. Точки $(x_i, w_i)$ соединяют отрезками прямых и получают полигон относительных частот.

Гистограммой частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длиною h, а высоты равны отношению $n_i/h$ (плотность частоты).

Для построения гистограммы частот на оси абсцисс откладывают частичные интервалы, а над ними проводят отрезки, параллельные оси абсцисс, на расстоянии $n_i/h$.

Гистограммой относительных частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длинною h, а высоты равны отношению $W_i/h$ (плотность относительной частоты).

Для построения гистограммы относительных частот на оси абсцисс откладывают частичные интервалы, а над ними проводят отрезки, параллельные оси абсцисс на расстоянии $W_i/h$.

15. Вероятность отвергнуть ложную гипотезу $H_0$ называется *мощностью критерия*.

## *Вопросы для проверки уровня обученности «уметь»*

1. *Вероятностью события A* называется отношение числа m случаев, благоприятствующих этому событию, к общему числу *n* случаев, т. е. $\frac{m}{n} = P(A)$

2. Из классического определения вероятности вытекают следующие свойства:
   1. Вероятность любого события заключена между нулем и единицей.
   2. Вероятность невозможного события равна нулю.
   3. Вероятность достоверного события равна единице.

3. Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий:

P(A+B)=P (A)+P(B).

Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

*P (*A + B) = P (A) + P (B) - P (AB).

4. Вероятность совместного появления двух событий равна nпроизведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении. что первое событие уже наступило:

P (AB) = P (A) $P_A$ (B).

Для независимых событий теорема умножения имеет вид

*P (AB) = P (A) P (B),* т. е. вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

5. Вероятность события А, которое может наступить лишь при условии появления одного из несовместных событий $B_1$, $B_2$, …$B_n$, образующих полную группу, равна сумме произведений вероятностей каждого из этих событий на соответствующую условную вероятность события А:

P (A) = $P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + ... + P(B_n)P_{B_n}(A)$

6. Пусть событие *A* может наступить при условии появления одного из несовместных событий $B_1$, $B_2$, …$B_n$, образующих полную группу. Поскольку заранее не известно, какое из этих событий наступит, их называют *гипотезами.* Вероятность появления события *A* определяется по формуле полной вероятности

*P* (A) = $P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + ... + P(B_n)P_{B_n}(A)$

Допустим, что произведено испытание, в результате которого появилось событие А. Поставим своей задачей определить, как изменились (в связи с тем, что событие А уже наступило) вероятности гипотез. Другими словами, будем искать условные вероятности

$P_A(B_1), P_A(B_2), ...P_A(B_n).$

Найдем сначала условную вероятность $P_A(B_1).$ По теореме умножения имеем

$P(AB_1)=P(A)\ P_A(B_1)=P(B_1)\ P_{B_1}(A).$

Отсюда

$$P_A(B_1) = \frac{P(B_1)P_{B_1}(A)}{P(A)}.$$

Заменим здесь P(A) формулой полной вероятности, получим

$$P_A(B_1) = \frac{P(B_1)P_{B_1}(A)}{P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + ... + P(B_n)P_{B_n}(A)}.$$

Аналогично выводятся формулы, определяющие условные вероятности остальных гипотез, т.е. условная вероятность любой гипотезы $B_i$ (i=1, 2, …n) может быть вычислена по формуле

$$P_A(B_i) = \frac{P(B_i)P_{B_i}(A)}{P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A) + ... + P(B_n)P_{B_n}(A)}.$$

Формулы Бейеса позволяют переоценить вероятности гипотез после того, как становится известным результат испытания, в итоге которого появилось событие А.

7. Вероятность одного сложного события, состоящего в том, что в n испытаниях событие А наступит k раз и не наступит n – k раз, можно вычислить используя формулу

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

Или $P_n(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}.$

Полученную формулу называют *формулой Бернулли*.

8. Закон распределения, заданный с помощью формулы Бернулли, называется биномиальным.

Закон распределения, заданный с помощью формулы Пуассона, называется распределением Пуассона. Когда число испытаний n велико, а вероятность p (или q) мала, неравенство npq>>1 используется формула Пуассона:

$$\lim_{n\to\infty} P_n(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} \equiv P_\infty(m)$$

.

9. Математическим ожиданием или средним значением дискретной случайной величины, заданной своим рядом распределения, называется число

$$M[x] = \sum_{(i)} x_i \cdot p_i$$

,где **(i)** означает суммирование по всем возможным значениям случайной величины.

Дисперсией случайной величины называется число

$$D[X] = M[(X - M[X])^2],$$

то есть дисперсия есть математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от своего математического ожидания.

Число $\sigma = \sqrt{D[X]}$ называется *среднеквадратичным отклонением*, поэтому дисперсия часто обозначается $\sigma^2$.

10. Математическим ожиданием или средним значением непрерывной случайной величины, заданной своей плотностью распределения f(x), называется число

$$M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$$

дисперсия для непрерывных случайных величин равна:

$$D[X]=\int_{-\infty}^{\infty}(x_i-m)^2\cdot f(x)dx=^3\int_{-\infty}^{\infty}x^2\cdot f(x)dx-m^2$$,

где m=M|X] - математическое ожидание

11. Свойства математического ожидания

1. M[C] = C, если C - неслучайная величина.

2. M[C·X] = C·M[X], если C-неслучайная величина.

3. M[X+Y]=M[X]+M[Y].

4. M[X·Y]=M[X]·M[Y], если случайные величины X и Y независимы.

Свойства дисперсии следуют из ее определения и свойств математического ожидания.

1. D[C]=0, если C - неслучайная величина.
2. M[C X] = $C^2$ M[X], если C - неслучайная величина.
3. D[X $\pm$ Y] = D[X]+D[Y]. если случайные величины X и Y независимы
4. D[X] = M[$X^2$] – (M[X])$^2$ = M[$X^2$] – $m^2$

12. Равномерное распределение. Говорят, что случайная величина **X** равномерно распределена на отрезке **[a,b]**, если она имеет следующую плотность:

$$f(x)=\begin{cases}0 & при\ x<a\\ c & при\ a\le x\le b\\ 0 & при\ x>b\end{cases}$$

откуда $c=\frac{1}{b-a}$.

С равномерно распределенными случайными величинами мы сталкиваемся тогда, когда по условиям опыта случайная величина принимает значения на некотором конечном промежутке, причем все возможные значения из этого промежутка равновозможны.

Нормальное распределение задается следующей плотности распределения:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}},$$

где m – любое действительное число, а σ - любое положительное действительное число. Эти числа называются параметрами распределения. Нормальный закон распределения зависит, таким образом, от двух параметров.

13. Требуется оценить математическое ожидание *a* по выборочной средней. Найдем доверительный интервал, покрывающий *a* с надежностью γ. Выборочную среднюю будем рассматривать как случайную величину (она изменяется от выборки к выборке), выборочные значения признака- как одинаково распределенные независимые СВ с математическим ожиданием каждой *a* и средним квадратическим отклонением σ. Примем без доказательства, что если величина X распределена нормально, то и выборочная средняя тоже распределена нормально с параметрами

$$M(\bar{x})=a,\sigma(\bar{x})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Потребуем, чтобы выполнялось равенство

$$P(|\bar{x}-a|<\delta)=\gamma.$$

$$P(|\bar{x}-a|<\delta)=2\Phi(\frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma}),\ \text{обозначим}\ \frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma}=t\ \text{и выразив}\ \delta=\frac{t\sigma}{\sqrt{n}},$$

получим

$$P(\bar{x}-\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}<a<\bar{x}+\frac{t\sigma}{\sqrt{n}})=\gamma=2\Phi(t).$$

Число t находят по таблице функции Лапласа Ф(x).

14. Математическая статистика решает две главные задачи: указать способы сбора и группировки (если данных очень много) статистических сведений (результатов наблюдений) и разработать методы анализа собранных статистических данных в зависимости от целей исследования.

15. Основные этапы проверки статистических гипотез

1. Исходя из задач исследования, формулируются статистические гипотезы.
2. Выбирается уровень значимости, на котором будут проверяться гипотезы.
3. На основе выборки, полученной из результатов измерения, определяется статистическая характеристика гипотезы.

4. Выбирается критерий для проверки статистической гипотезы.
5. Вычисляется наблюдаемое (фактическое) значение статистического критерия.
6. Определяется критическое значение статистического критерия по соответствующей таблице на основании выбранного уровня значимости и объема выборки.
7. На основе сравнения наблюдаемого и критического значения критерия в зависимости от результатов проверки нулевая гипотеза либо принимается, либо отклоняется в пользу альтернативной.

## *Вопросы для проверки уровня обученности «владеть»*

1. 1/720
2. 6/91
3. 0,1537
4. 0,4938
5. 0,1465
6. 0,3087
7. 0,488
8. M(X)=2,3, D(X)=5,31, σ(X)≈2,3
9. 0,947
10. 140, 140, 141, 141, 142, 142, 143, 143, 144, 149
    $\bar{x} = 142{,}5 \;\; D_B = 6{,}25$
11. $\bar{x} = 100, \;\; D_B = 94, S^2 = 117{,}5$
12. (19,774; 20,626)
13. (0,544; 0,056)
14. (992,16; 1007,84)
15. (0,147; 0,947)